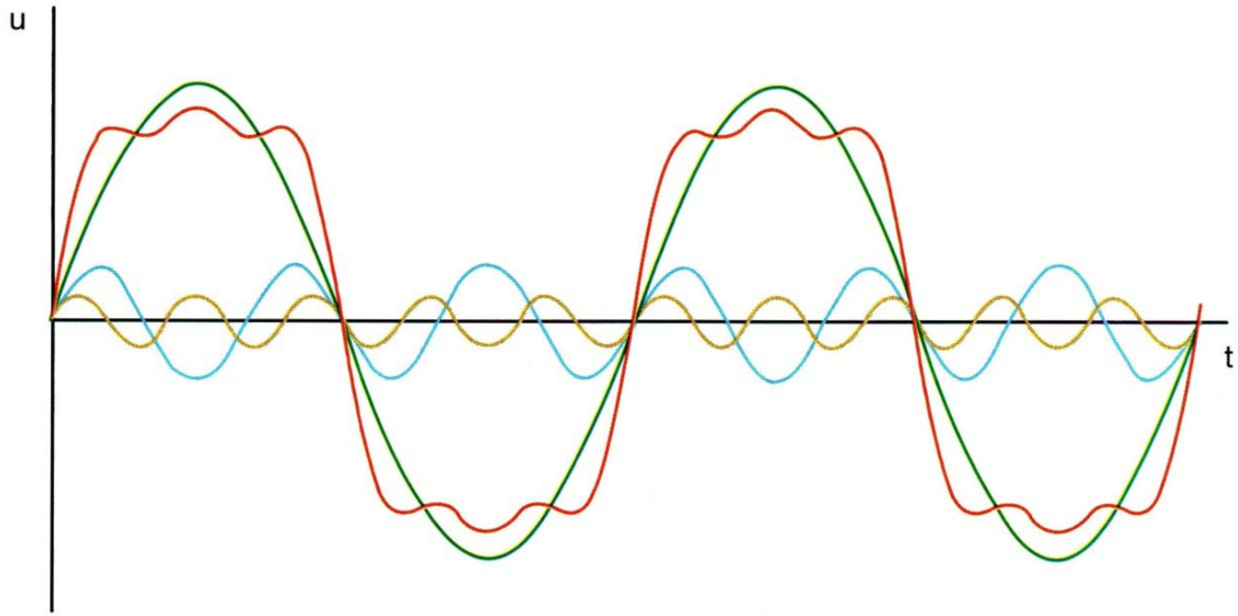
FONDAZIONE
CONSIGLIO NAZIONALE INGEGNERI

CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA



Relatore: ing. Antonio Porro ing.porro@opan.it

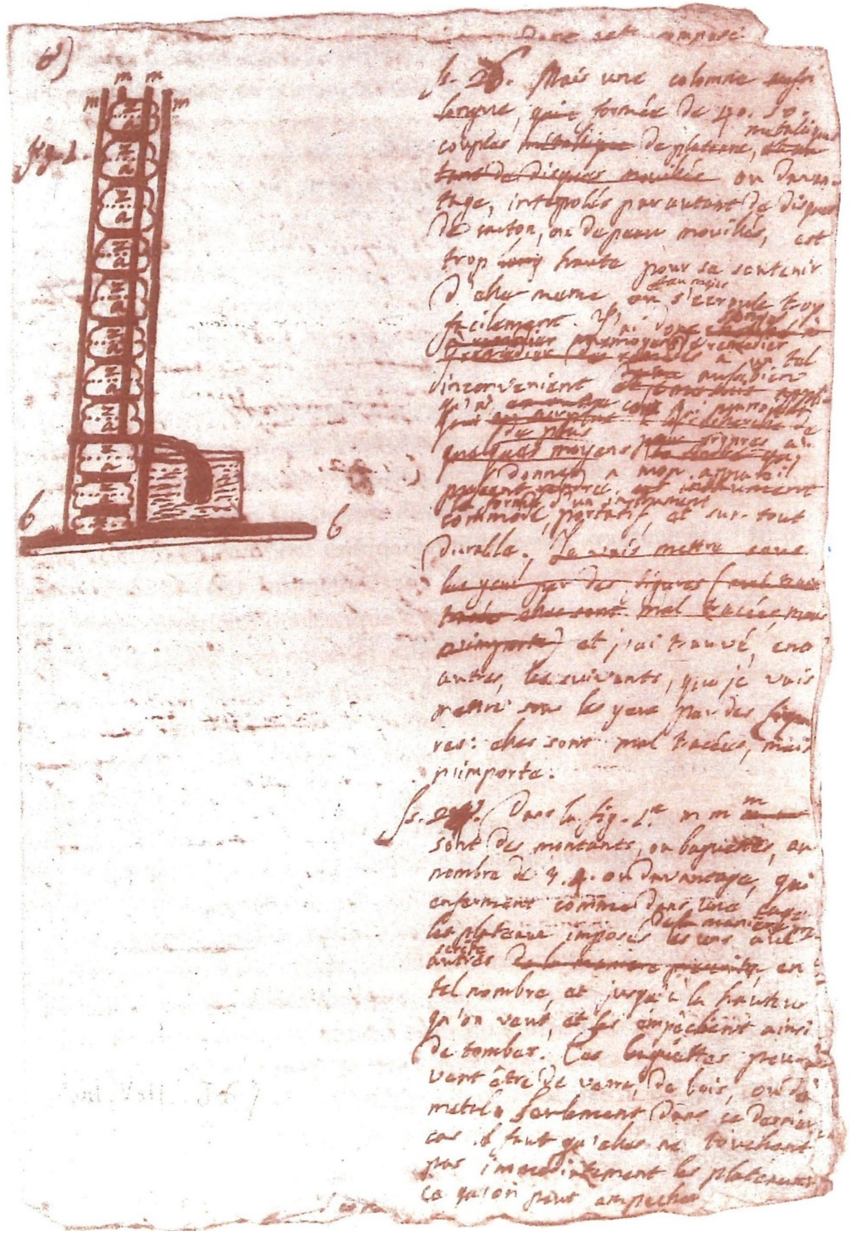
Lecco, 18/11/2022

ASPETTI STORICI

"…la prova più evidente dello sviluppo della elettricità per semplice contatto di due metalli…"

Alessandro Volta

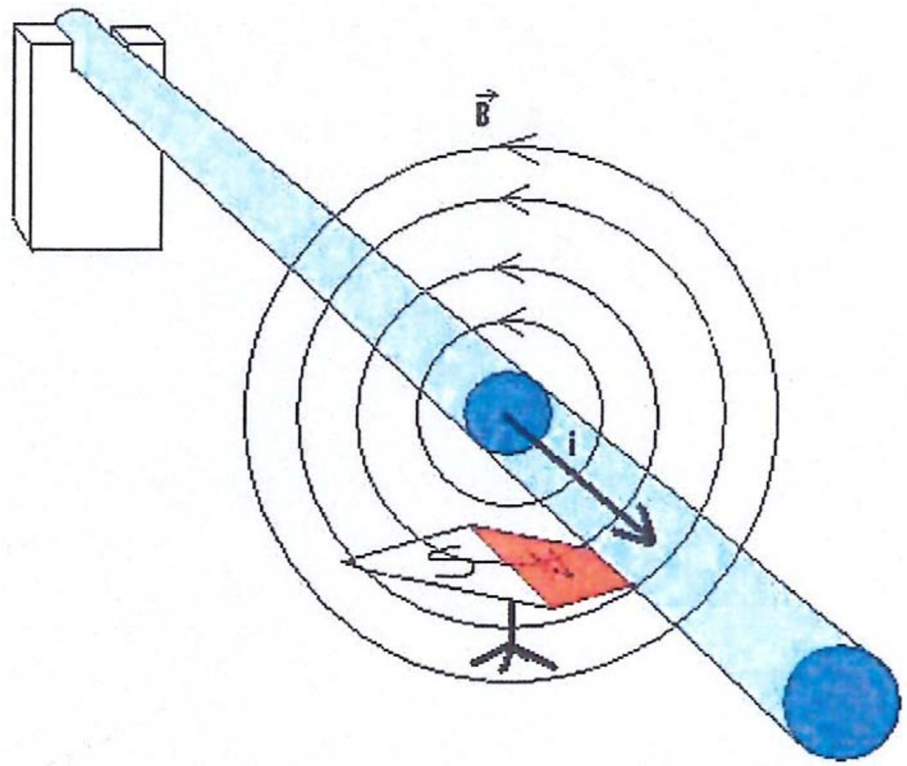
Como, 20 marzo 1800



ASPETTI STORICI

21 luglio 1820

Conflictus Eletrici in Acum Magneticam

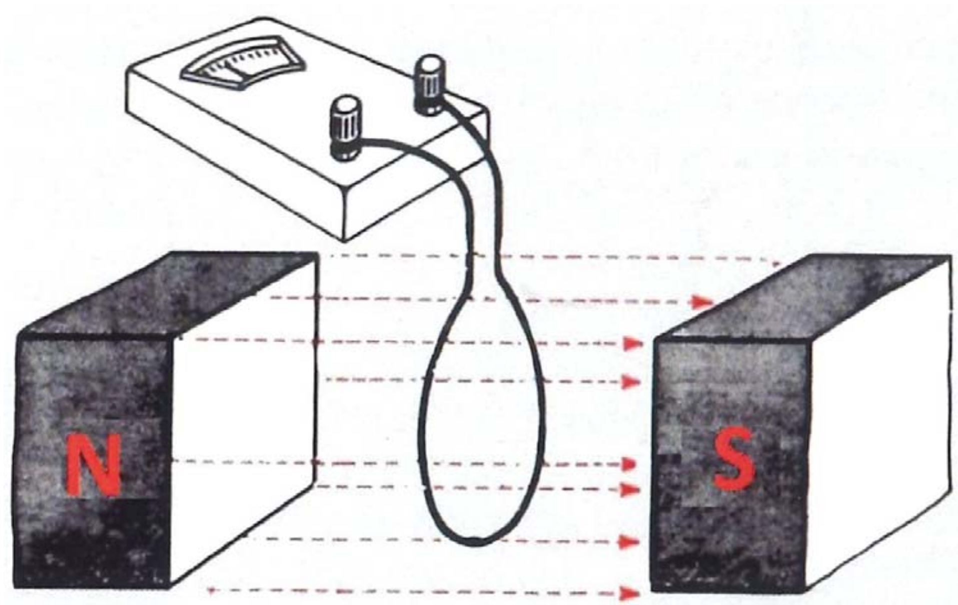


Hans Christian Ørsted

ASPETTI STORICI

29 agosto 1831

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$



Michael Faraday

ASPETTI STORICI

1821 André Marie Ampère

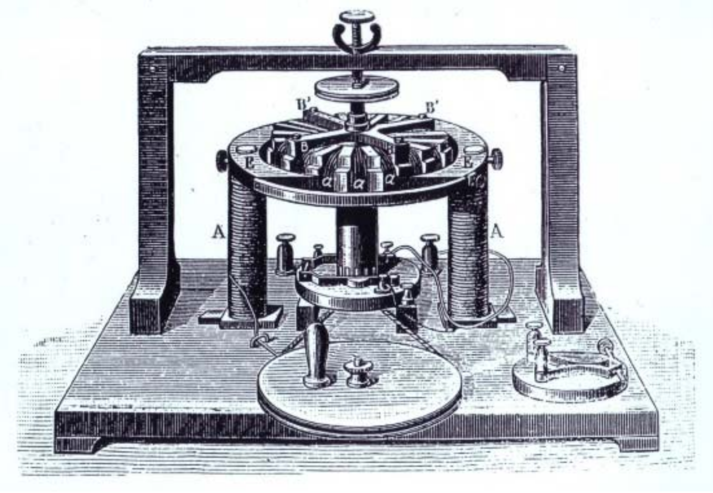
1827 Georg Simon Ohm

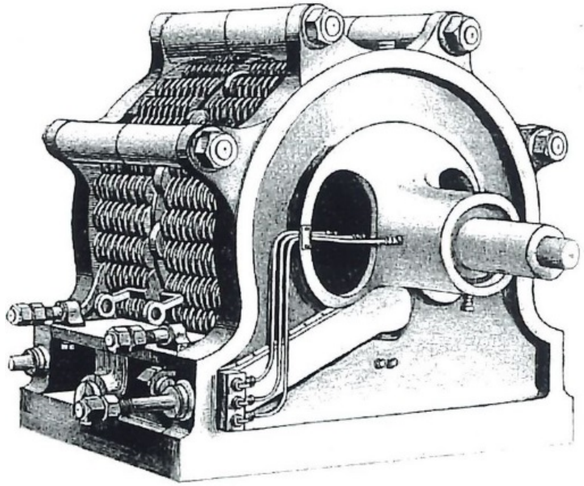
1841 James Prescott Joule

1845 Gustav Robert Kirchhoff

1864 James Clerk Maxwell

ASPETTI STORICI





Dinamo **o** **Alternatore**

Edison o Tesla

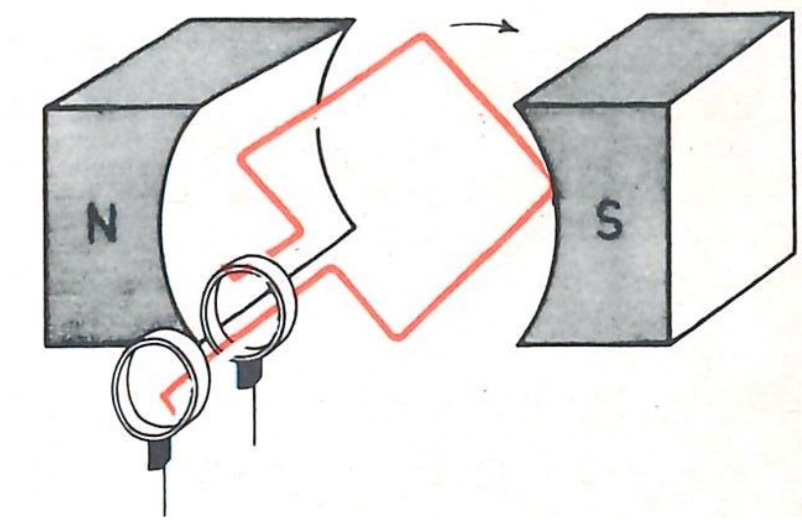
ASPETTI STORICI

ASPETTI STORICI

Perché la rete elettrica impiega grandezze sinusoidali?

Per la maggior semplicità costruttiva dei generatori di c.a., basata sulla legge di Faraday. Nella figura viene mostrata una spira rotante all'interno di un campo magnetico: i lati attivi della spira, posti in rotazione, tagliano le linee di flusso e generano una f.e.m.

$$e = -\frac{d\phi}{dt}$$



GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

Una grandezza sinusoidale è definita da una funzione del tempo del tipo:

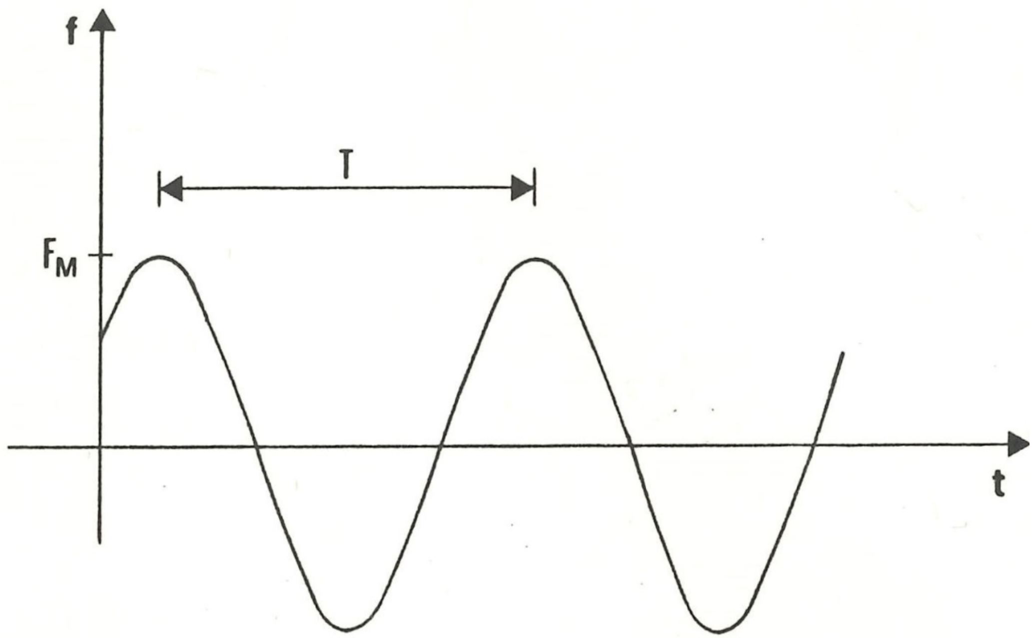
$$f(t) = F_M \cos(\omega t + \varphi)$$

dove:

F_M = ampiezza massima

ω = pulsazione

φ = angolo di fase iniziale della sinusoide



Rappresentazione grafica della sinusoide

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

REGIME ALTERNATO SINUSOIDALE

Valore medio in un semiperiodo

$$V_m = \frac{2}{\mathrm{T}} \int_{t_0}^{t_0+T/2} v(t)d\,t = \frac{2}{\pi} V_{MAX} \qquad V_m = 0{,}636\, V_{MAX}$$

Valore efficace

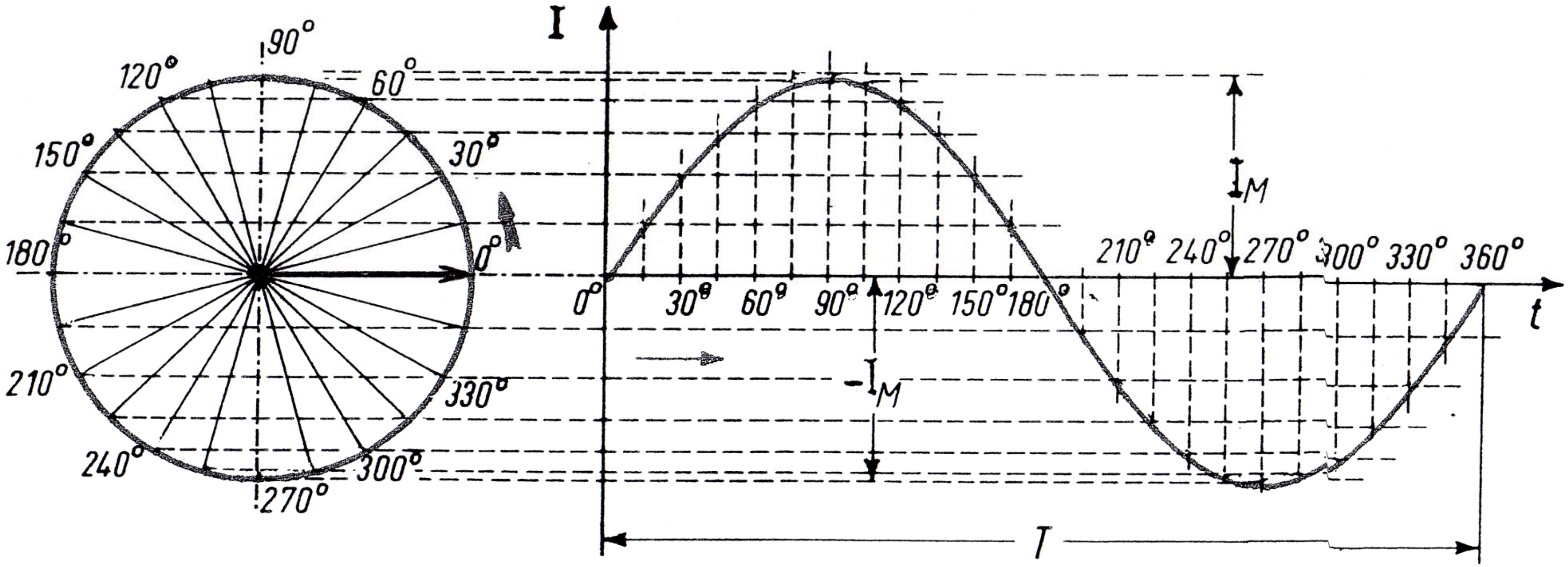
$$V = \left(\frac{1}{T} \int_0^T [v(t)]^2 dt\right)^{1/2} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}} \qquad V = 0{,}707\, V_{MAX}$$

Fattore di forma

$$\mathrm{K} = \frac{V}{V_m} \qquad K = 1{,}11$$

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

REGIME ALTERNATO SINUSOIDALE: DALLA SINUSOIDE AL FASORE



Dalla sinusoide al fasore

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

RAPPRESENTAZIONE DELLE GRANDEZZE SINUSOIDALI

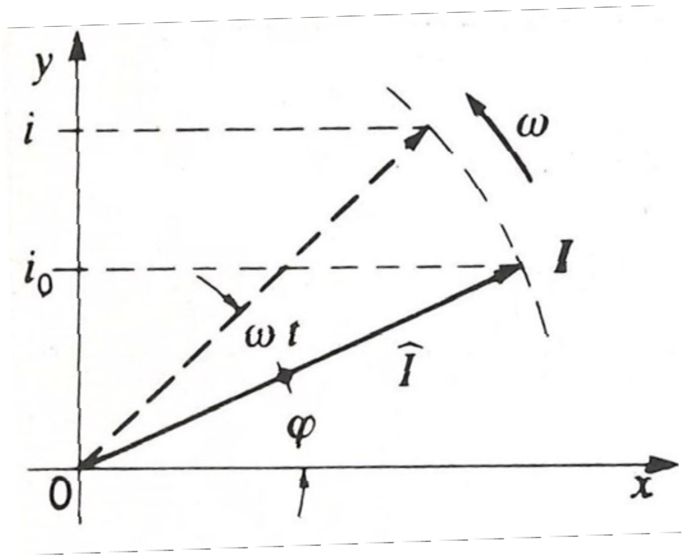
Per definire compiutamente una sinusoide è necessario fornire:

1) la periodicità;
2) l'ampiezza;
3) la fase.

Poiché verranno trattate solo le sinusoidi isofrequenziali, sarà sufficiente fornire "informazioni" relativamente a due parametri: ampiezza e fase. È possibile fornire tali parametri, associando ad ogni sinusoide un numero complesso.

La rappresentazione di un numero complesso $\overline{A}$ può assumere le seguenti forme:

- algebrica o cartesiana: $\overline{A} = a_1 + j\, a_2$
- esponenziale (o polare): $\overline{A} = A\, e^{j\alpha}$
- trigonometrica: $\overline{A} = A\, (\cos\alpha + j \operatorname{sen}\alpha)$



Rappresentazione di una corrente sinusoidale tramite il fasore ***I***

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

RAPPRESENTAZIONE DELLE GRANDEZZE SINUSOIDALI

L'associazione di una sinusoide ad un numero complesso, si ottiene con la seguente corrispondenza:

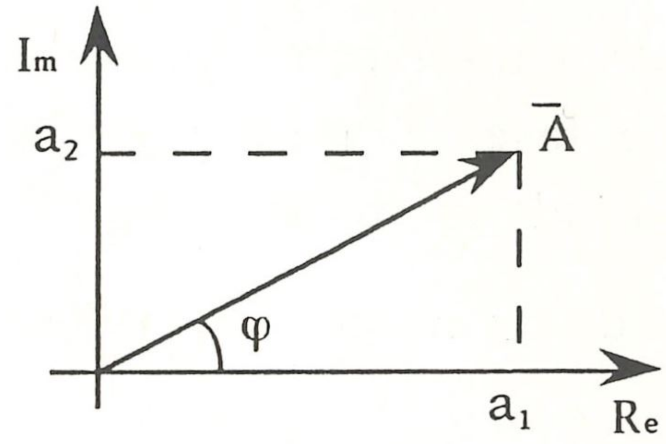
il numero complesso: $\overline{A} = A\,e^{j\alpha}$

corrisponde alla sinusoide: $f\,(t) = \sqrt{2}\,F\cos(\omega t + \varphi)$

se si pone: $A = F \qquad \alpha = \varphi$

Il modulo del numero complesso coincide con il valore efficace della sinusoide, mentre l'argomento coincide con la fase. Sono inoltre facilmente ricavabili le relazioni:

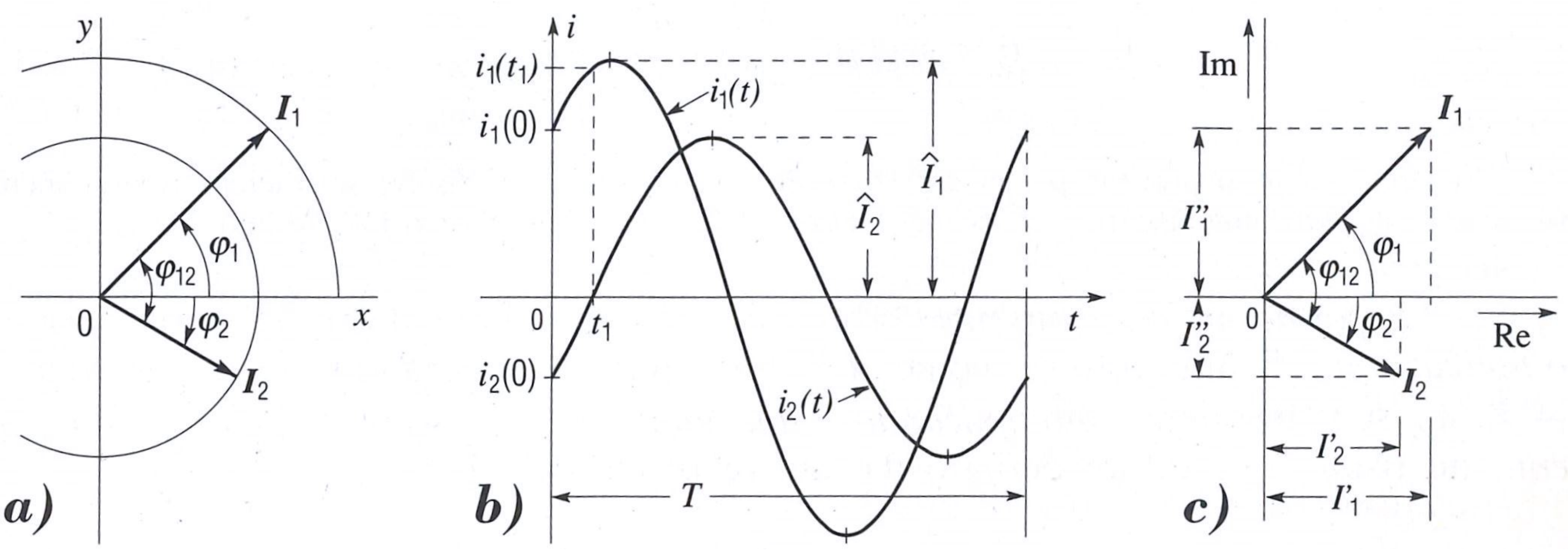
$$A = \sqrt{a_1^{\,2} + a_2^{\,2}} \qquad\qquad \alpha = \mathrm{arctg}\,\frac{a_2}{a_1}$$



Rappresentazione sul piano di Gauss del numero complesso $\overline{A}$

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

RAPPRESENTAZIONE DI CORRENTI SINUSOIDALI SFASATE



GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

Esercizi

Somma e sottrazione

$(1 - j6) + (-2 + j4) = -1 - j2$

$(1 - j6) - (-2 + j4) = 3 - j10$

Prodotto

$(1 - j2)\,(-3 + j4) = 3 + j4 + j6 + 8 = 5 + j10$

$(1 - j2) = \sqrt{5}\,\angle{-63°}\ ;\ (-3 + j4) = 5\,\angle{127°}$

$$\sqrt{5}\,\angle{-63°} \cdot 5\,\angle{127°} = 5\sqrt{5}\,\angle{64°}$$

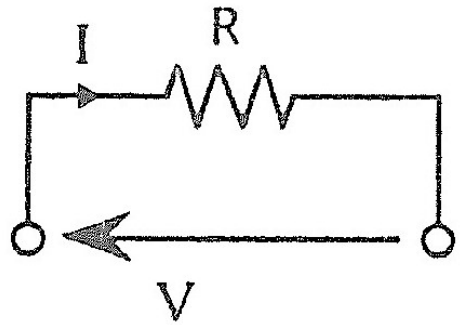
Divisione

$$\frac{(1 - j2)}{(4 + j3)} = \frac{(1 - j2)\,(4 - j3)}{(4 + j3)\,(4 - j3)} = \frac{4 - j3 - j8 - 6}{16 + 9} = \frac{-2 - j11}{25} = -0{,}08 - j\,0{,}44$$

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE OHMICO

Nel circuito puramente ohmico la legge di Ohm per i valori istantanei della corrente e della tensione assume la forma:



$$v = Ri$$

Se la corrente i è sinusoidale

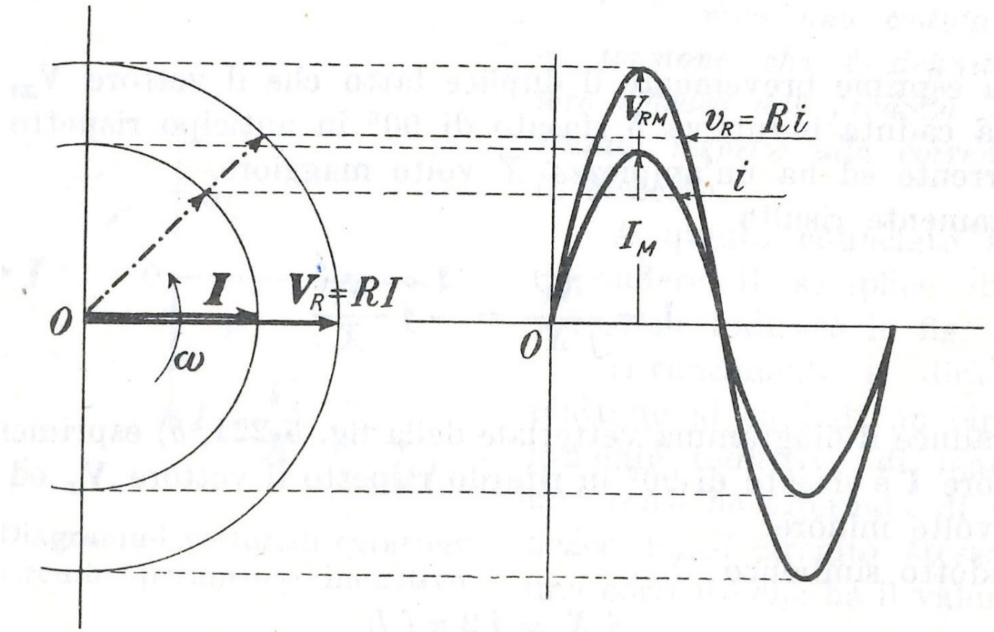
$$i = I_M \, sen \, \omega t$$

per la tensione vale la relazione

$$v_R = R \, I_M \, sen \, \omega t$$

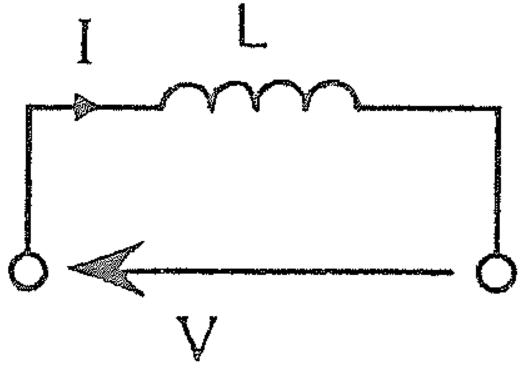
per i valori efficaci

$$\overline{V} = R \, \overline{I}$$



GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO



Si consideri la corrente sinusoidale

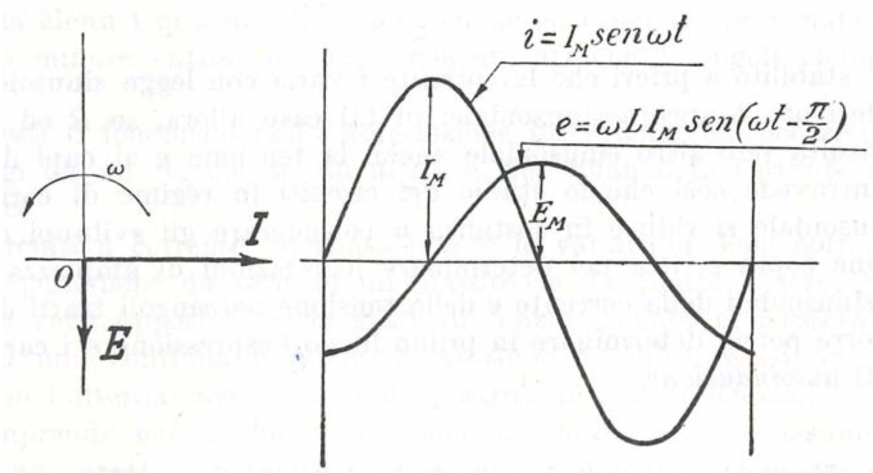
$i = I_M \, sen \, \omega t$ con $\omega = 2\pi f$

$$\frac{di}{dt} = \omega \, I_M \cos \omega t$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} = -\omega \, L \, I_M \cos\omega t$$

$$-\cos\omega t = sen(\omega t - \pi/2)$$

$$e = \omega \, L \, I_M \, sen\,(\omega t - \pi/2)$$



GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO

Qualsiasi circuito percorso da corrente si trova sempre concatenato almeno con il flusso d'induzione che esso stesso genera, il quale si costituisce, varia e si estingue insieme alla corrente. Nel circuito si genera quindi una f.e.m. indotta, la quale si oppone alla variazione della corrente che la induce.
In ciò consiste il fenomeno dell'autoinduzione, il quale rappresenta pertanto l'effetto di induzione elettromagnetica che ogni circuito esercita su se stesso, in conseguenza esclusiva delle sole variazioni della corrente che lo percorre.

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

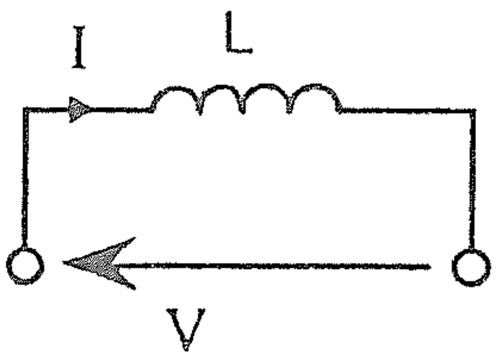
CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO

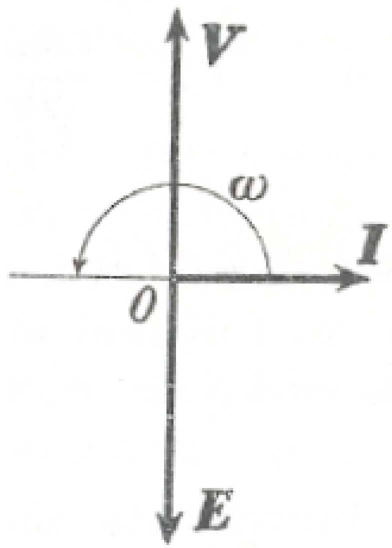
Nel circuito puramente induttivo, percorso da una corrente sinusoidale, si ha:

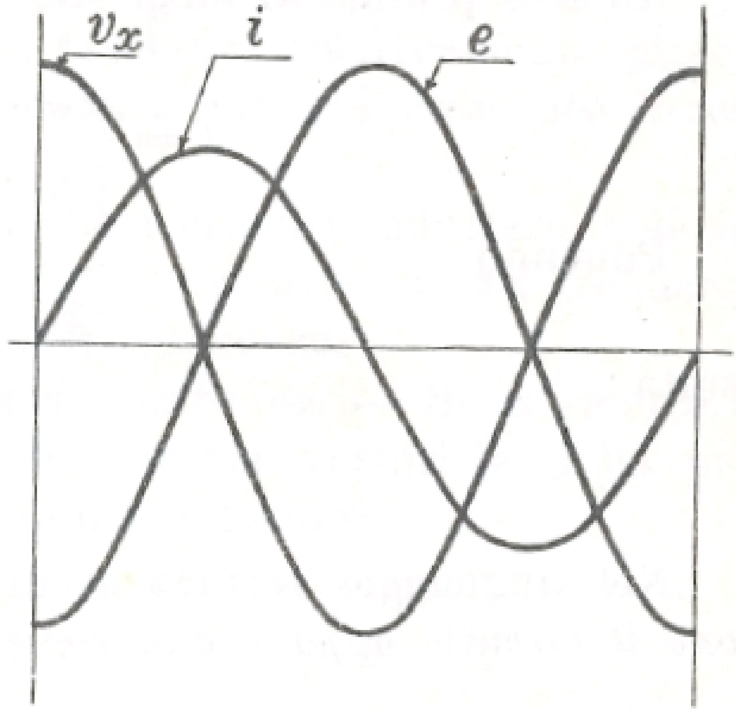
1) una f.e.m. di autoinduzione, anch'essa alternata e sinusoidale, sfasata di 90° in ritardo rispetto alla corrente
2) il valore massimo della f.e.m. è pari a: $E_M = \omega L I_M$
3) affinché la corrente possa permanere nel circuito è necessario applicare ai capi del circuito una tensione v, eguale e contraria in ciascun instante alla f.e.m. di autoinduzione; ovvero: $v = -e$
4) la tensione v è la caduta di tensione induttiva del circuito e può essere rappresentata da un fasore $\overline{V}$ uguale ed opposto al fasore $\overline{E}$

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO







$V_M = \omega\, L\, I_M$

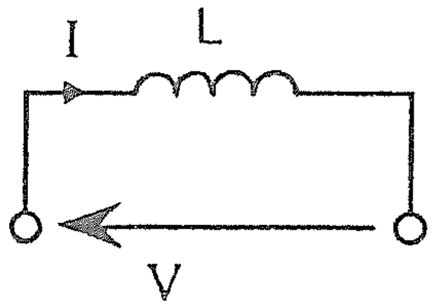
$\omega L = X_L$

X_L = reattanza induttiva

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO

Passando dai valori massimi ai valori efficaci si avrà:



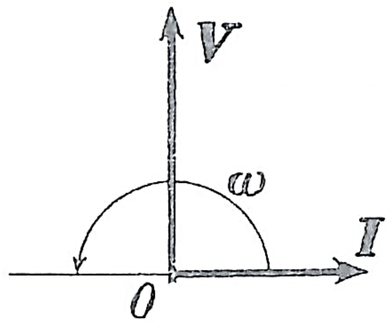
$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \qquad V = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$$

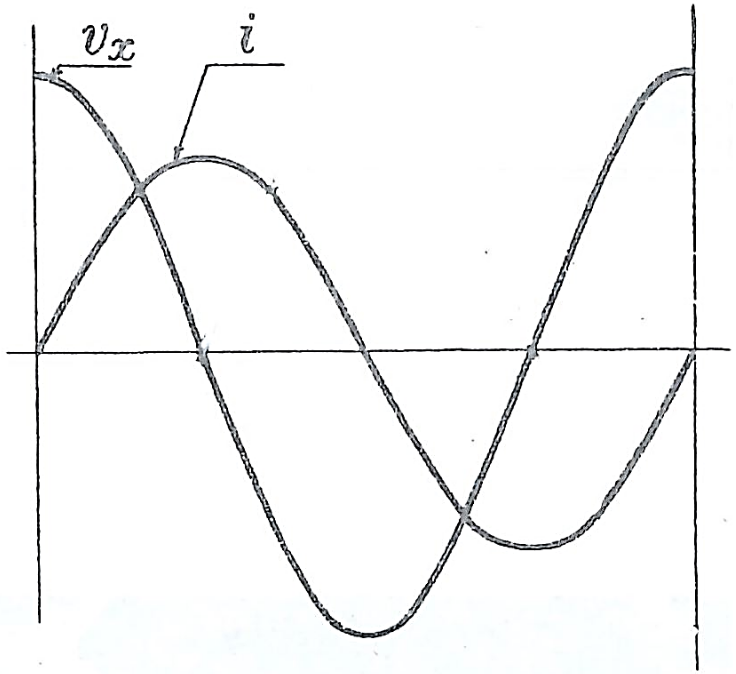
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$V = X_L\, I$$

Col metodo simbolico

$$\bar{V} = j\, X_L\, \bar{I}$$





GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

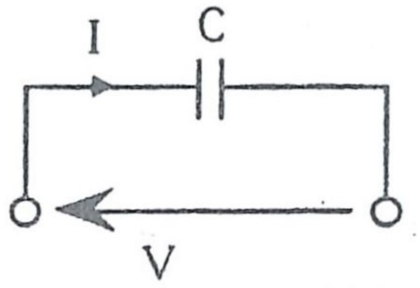
$$q = C\,v_c$$

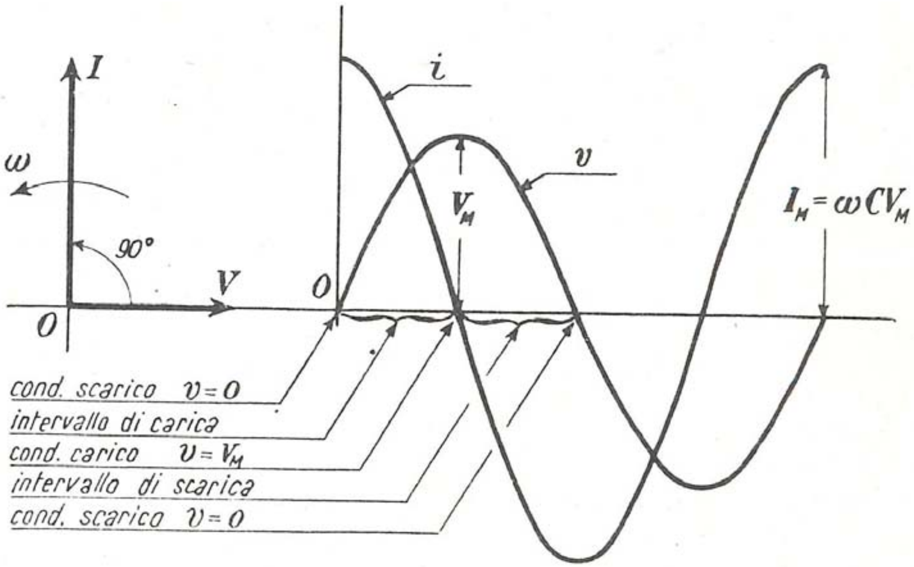
$$i = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c = V_M\, sen\, \omega t$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \omega V_M\, sen\,(\omega t + \pi/2)$$

$$i = \omega\, C\, V_M\, sen\,(\omega t + \pi/2)$$





GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

La corrente è sinusoidale come la tensione impressa, ma sfasata in anticipo di 90°:
il valore massimo è: $I_M = \omega\, C\, V_M$

Passando ai valori efficaci si ha: $I = \omega\, C\, V = \dfrac{V}{\frac{1}{\omega C}}$

L'espressione $\dfrac{1}{\omega C}$ viene posta uguale a X_C ($\frac{1}{\omega C} = X_C$) e denominata reattanza capacitiva

GRANDEZZE ALTERNATE SINUSOIDALI

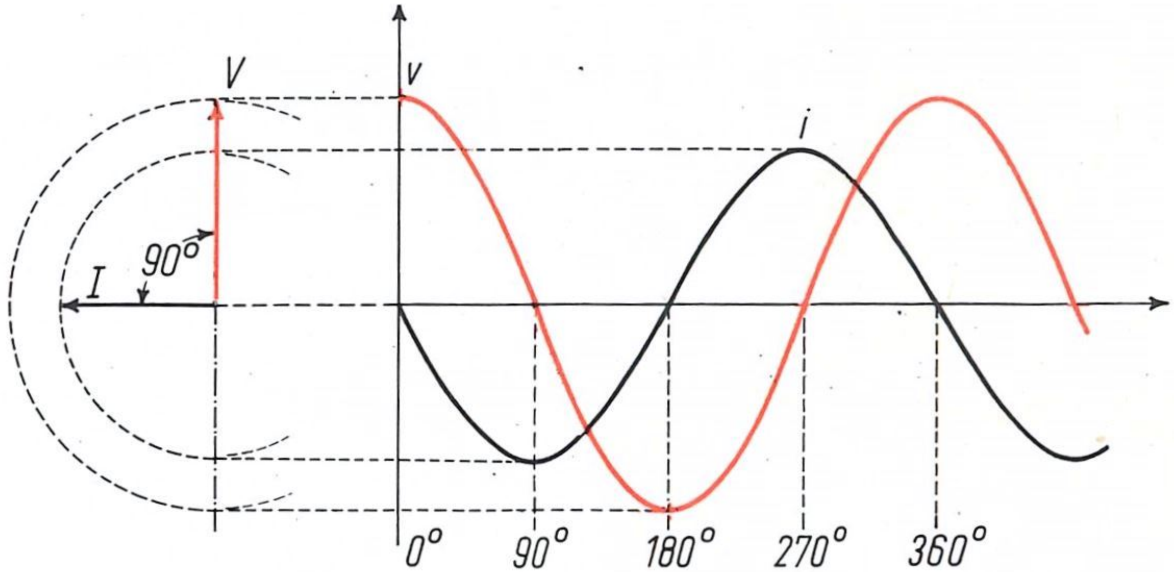
CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

Col metodo simbolico:

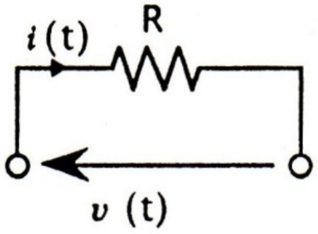
$$\overline{V}_C = -j\,\frac{1}{\omega C}\,\overline{I} = -j\,X_C\,\overline{I}$$

o, se si preferisce:

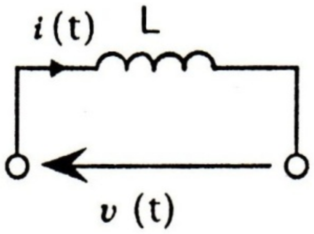
$$\overline{I} = j\,\omega\,C\,\overline{V}_C$$



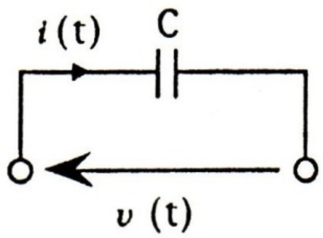
BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE



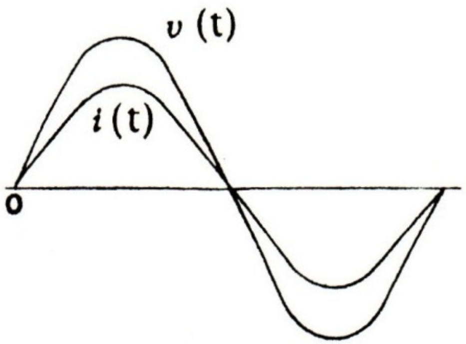
$$v(t) = R\, i(t)$$

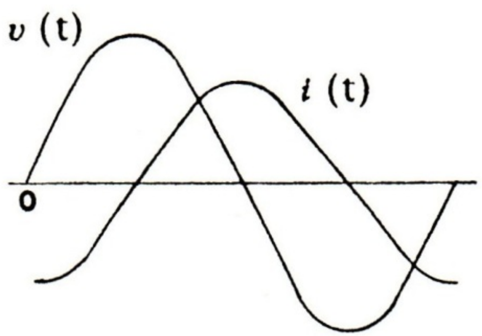


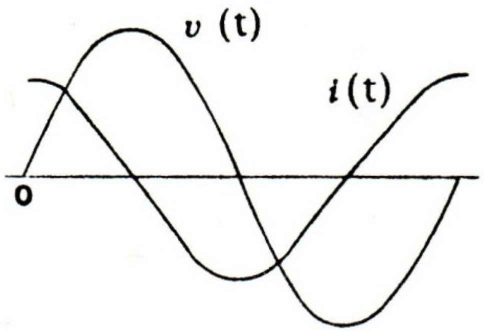
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$





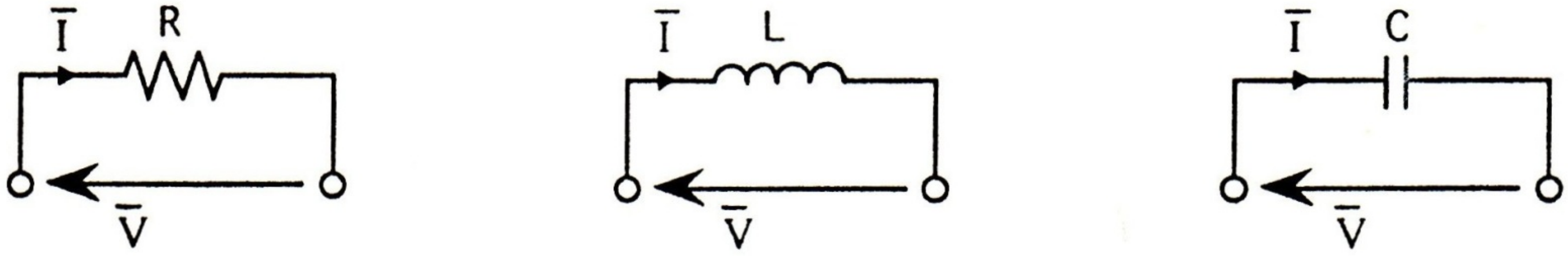


$$\begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \dfrac{V_M}{R} \operatorname{sen} \omega t \end{cases}$$

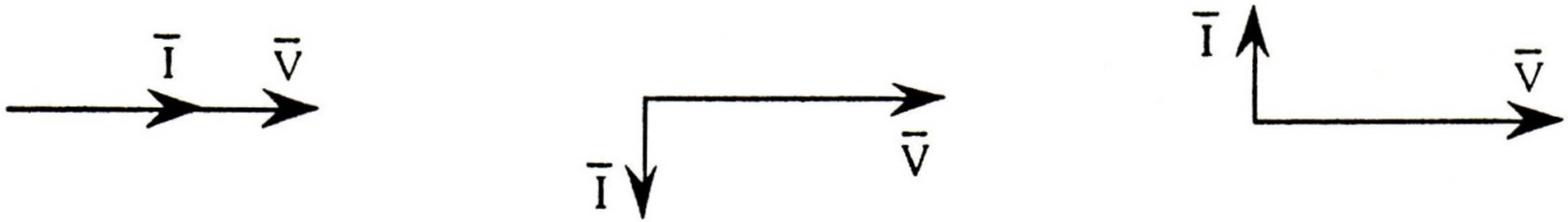
$$\begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \dfrac{V_M}{\omega L} \operatorname{sen} (\omega t - \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = V_M \operatorname{sen} \omega t \\ i = \omega C V_M \operatorname{sen} (\omega t + \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$$

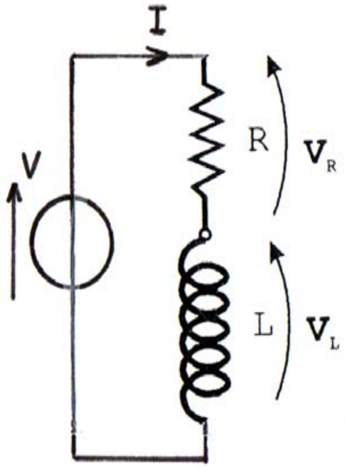
BIPOLI ELEMENTARI IN REGIME SINUSOIDALE

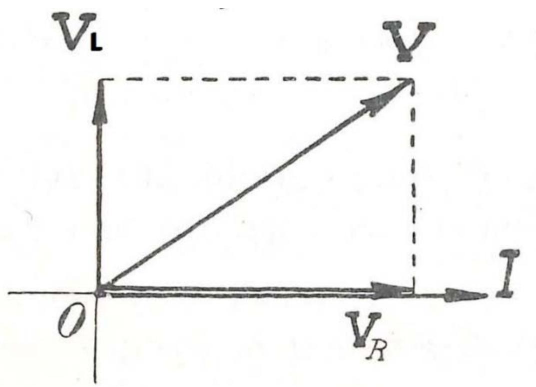


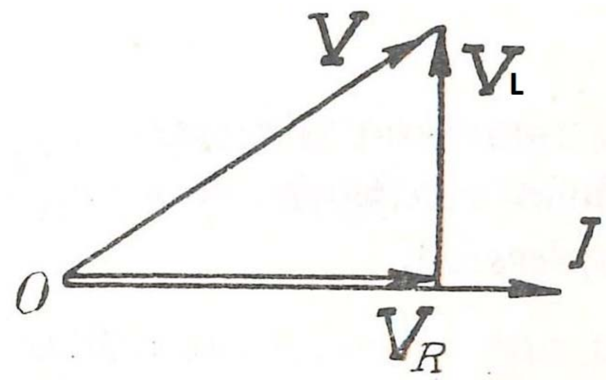
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R} \qquad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{j\,\omega\,L} \qquad \bar{I} = j\,\omega\,C\,\bar{V}$$



CIRCUITO OHMICO-INDUTTIVO





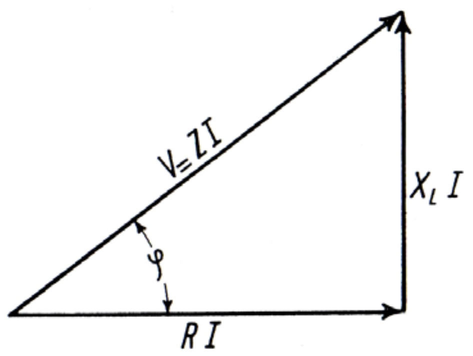


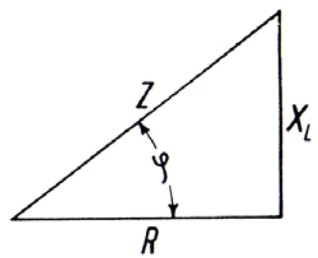
$$\overline{V} = \overline{V}_R + \overline{V}_L$$

$$V = \sqrt{V_R^{\,2} + V_L^{\,2}} \qquad V_R = RI \qquad V_L = X_L\, I \qquad V = I\,\sqrt{R^2 + X_L^{\,2}}$$

CIRCUITO OHMICO-INDUTTIVO

Posto $Z = \sqrt{R^2 + {X_L}^2}$ il valore efficace della tensione V è dato dall'espressione $V = Z\,I$.
Z viene denominata impedenza del circuito e viene rappresentata dall'ipotenusa del triangolo avente R e X_L come cateti.





$$\varphi = arctg\frac{X}{R}$$

$$cos\,\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$sen\,\varphi = \frac{X}{Z}$$

CIRCUITO OHMICO-INDUTTIVO

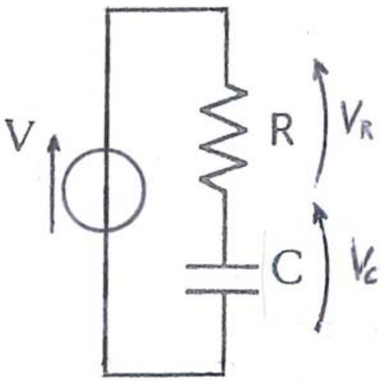
Con notazione fasoriale:

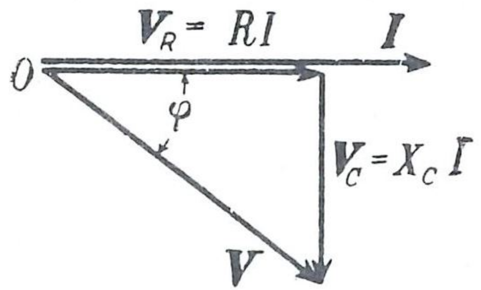
$$\overline{V}_R = R\,\overline{I} \qquad\qquad \overline{V}_L = j\,X_L\,\overline{I}$$

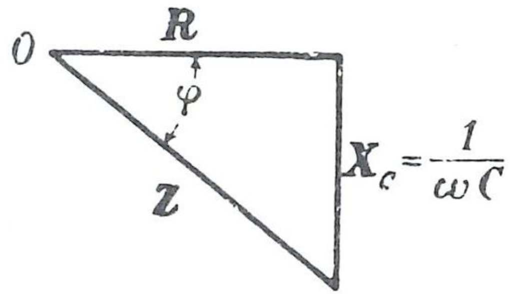
$$\overline{V} = \overline{V}_R + \overline{V}_L = (R + j\,X_L)\,\overline{I}$$

$$\dot{Z} = R + j\,X_L \qquad\qquad \overline{V} = \dot{Z}\,\overline{I}$$

CIRCUITO OHMICO-CAPACITIVO







In modo analogo, per i circuiti ohmico-capacitivi si avrà:

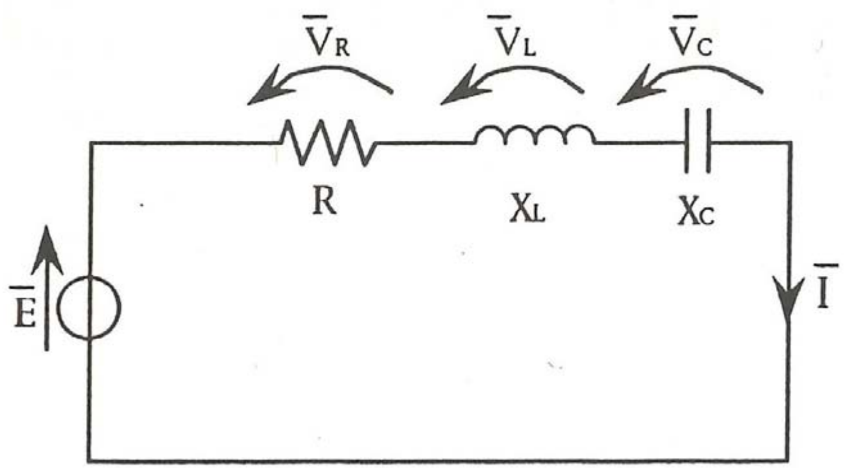
$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = I\,\sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Posto $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

si ottiene il triangolo dell'impedenza capacitiva con notazione fasoriale:

$\dot{Z} = R - j\,X_C$ $\qquad\qquad$ $\overline{V} = \dot{Z}\,\overline{I}$

Esercizio



La rete di figura è così assegnata:

$R = 100\,\Omega$, $X_L = 35\,\Omega$, $X_C = 20\,\Omega$, $E = 120\,V$.

Si richiede:

- *il tracciamento del diagramma fasoriale;*
- *i fasori* $\overline{I}$, $\overline{V}_R$, $\overline{V}_L$, $\overline{V}_C$

Esercizio

Il diagramma fasoriale è rappresentato in figura

$\overline{E} = E = 120\text{ V}$

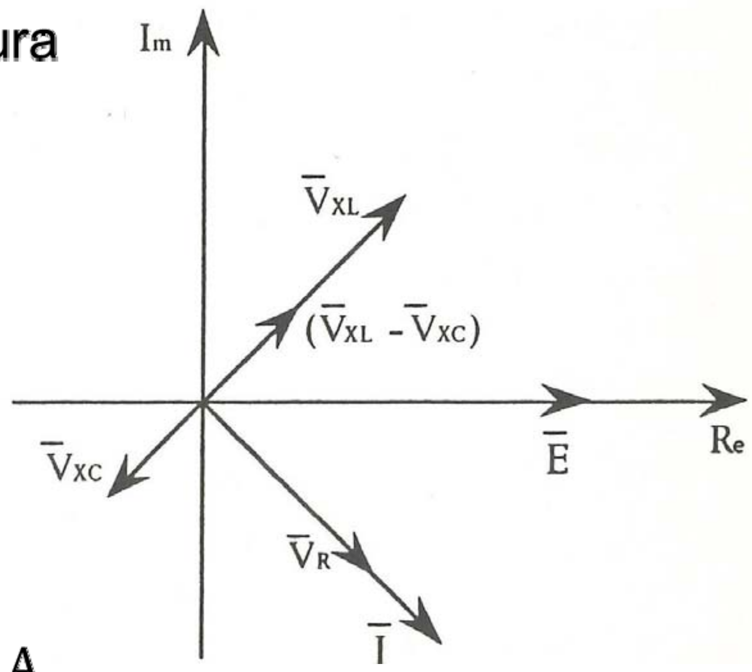
Posto: $X_L - X_C = X = 15\ \Omega$

si ha: $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 101{,}119\ \Omega$

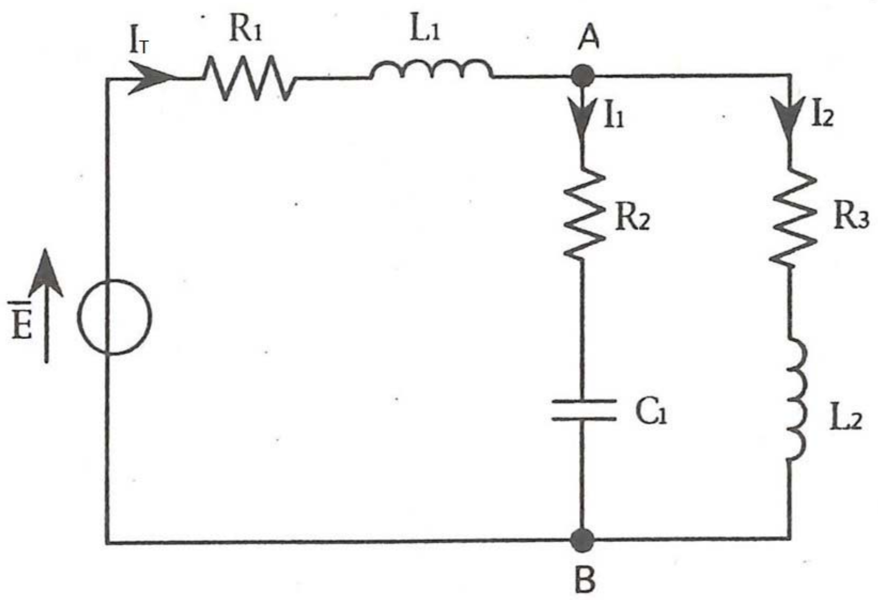
$$\varphi = \text{arctg}\,\frac{X}{R} = 0{,}149\text{ rad}$$

da cui:

$$\overline{I} = \frac{E}{Z}\,e^{-j\varphi} = 1{,}187\,e^{-j\,0{,}149} = 1{,}174 - j\,0{,}176\text{ A}$$

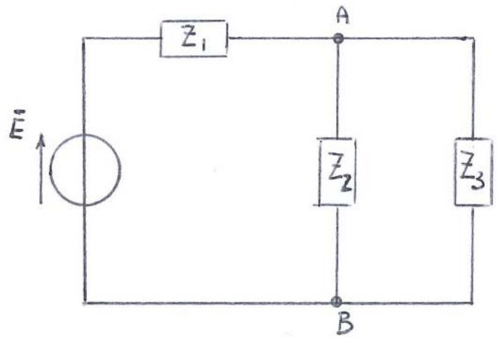


Esercizio



Sia dato il circuito rappresentato in figura.
Determinare tutte le correnti del circuito.

$\overline{E} = 100\ V$	$f = 50\ Hz$
$R_1 = 2\ \Omega$	$L_1 = 0{,}1\ H$
$R_2 = 16\ \Omega$	$C_1 = 200\ \mu F$
$R_3 = 5\ \Omega$	$L_2 = 80\ mH$



$$\overline{Z}_1 = R_1 + j\,X_{L1} = 2 + j\,31{,}42$$
$$\overline{Z}_2 = R_2 - j\,X_C = 16\ - j\,15{,}92$$
$$\overline{Z}_3 = R_3 + j\,X_{L2} = 5 + j\,25{,}13$$

Esercizio

$$\overline{E} = 100\ V$$

$$\overline{Z}_T = \overline{Z}_1 + \frac{\overline{Z}_2\ \overline{Z}_3}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3} \qquad \overline{Z}_T = 26{,}82 + j\ 35{,}89\ \Omega$$

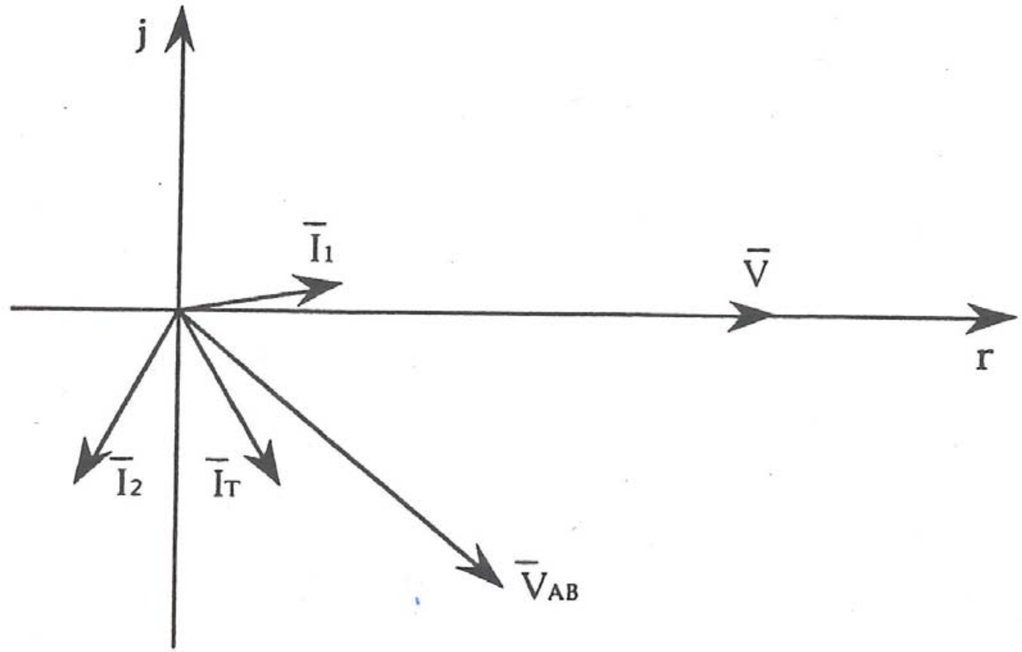
$$\overline{I}_T = \frac{\overline{E}}{\overline{Z}_T} \qquad \overline{I}_T = 1{,}34 - j\ 1{,}79\ A$$

$$\overline{V}_{AB} = \frac{\overline{Z}_2\ \overline{Z}_3}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3}\ \overline{I}_T \qquad \overline{V}_{AB} = 41{,}26 - j\ 38{,}44\ V$$

Esercizio

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}_{AB}}{\overline{Z}_2} \qquad \overline{I}_1 = 2,5 + j\,0,082\ A$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{V}_{AB}}{\overline{Z}_3} \qquad \overline{I}_2 = -\,1,16 - j\,1,87\ A$$



POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

La potenza istantanea p è data dal prodotto dei valori istantanei di tensione e corrente: $p = v\,i$

In un intervallo infinitesimo di tempo dt si compie la corrispondente quantità di energia: $dW = v\,i\,dt$

Nel corso di un periodo T l'energia sarà pari alla sommatoria (integrale) dei vari termini dW:

$$W = \sum_{O}^{T} v\,i\,dt$$

ovvero, riferendola ad una potenza media di valore costante P:

$$W = \sum_{O}^{T} v\,i\,dt = PT$$

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

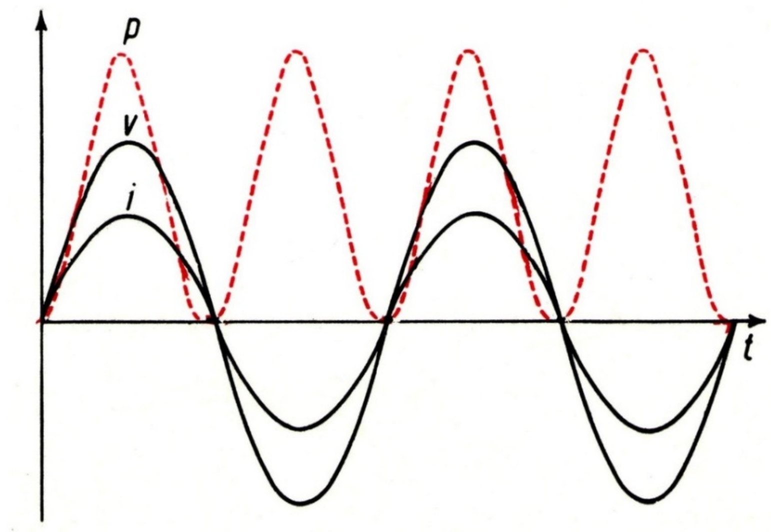
Per tensioni e correnti sinusoidali questa potenza reale P viene a dipendere non solo dai valori efficaci della tensione e della corrente, ma anche dalla reciproca relazione di fase; ciò perché, a seconda dello sfasamento, i valori istantanei contemporanei della tensione e della corrente si accoppiano in modo diverso.
In un circuito avente uno sfasamento qualunque fra corrente e tensione, si può sempre scomporre la tensione agente ai capi in due componenti, una in fase e una in quadratura con la corrente; oppure si può scomporre in due componenti la corrente: una in fase con la tensione e una in quadratura. La potenza elettrica totale è uguale all'effetto risultante della sovrapposizione delle due potenze che competono rispettivamente alle due componenti.

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Potenza elettrica di una corrente in fase con la tensione (circuito resistivo)

La tensione e la corrente in fase fra loro sono definite dalle due funzioni:

$$v = V_M \; sen \; \omega t$$
$$i = I_M \; sen \; \omega t$$



La potenza elettrica istantanea p varia corrispondentemente secondo una curva che ha per ordinate i prodotti delle ordinate delle due onde sinusoidali della tensione e della corrente.

L'espressione della potenza risulta:

$$p = v \, i = V_M \, I_M \; sen^2 \; \omega t$$

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

La curva di variazione della potenza istantanea è una sinusoide di frequenza doppia della corrente, tangente inferiormente all'asse dei tempi. L'asse di simmetria di questa sinusoide ha per ordinata il termine costante $\frac{V_M\, I_M}{2}$ che rappresenta il valore medio di tutte le potenze istantanee nel corso di un periodo e definisce la potenza reale P del circuito:

$$P = \frac{V_M\, I_M}{2}$$

Sostituendo ai valori massimi V_M e I_M i rispettivi valori efficaci si ottiene:

$$V = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \qquad I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

$$P = V\, I$$

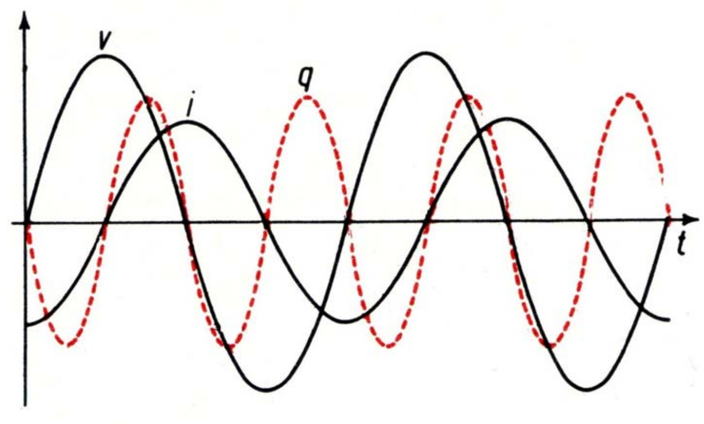
POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Potenza elettrica di una corrente in quadratura con la tensione (circuito induttivo)

La tensione e la corrente sono definite dalle due funzioni:

$$v = V_M \, sen \, \omega t$$

$$i = I_M \, sen \, (\omega t + \pi/2) = I_M \cos \omega t$$



La potenza elettrica varia secondo curve sinusoidali di frequenza doppia, ma con asse di simmetria coincidente con l'asse dei tempi: il valore medio è zero.

$$p = V_M \, sen \, \omega t \cdot I_M \cos \omega t = \frac{V_M \, I_M}{2} \, sen \, 2 \, \omega t$$

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Potenza elettrica di una corrente in quadratura con la tensione (circuito induttivo)

In un circuito in cui la tensione e la corrente sono sfasate fra loro di 90° (sia esso puramente induttivo o puramente capacitivo), la potenza attiva P è nulla, qualunque sia il valore efficace della tensione o della corrente. Ne consegue che la corrente non produce alcun effetto energetico esterno e quindi non dà luogo né a sviluppo di calore, né produce lavoro utile di qualunque forma.
Il prodotto $V\,I$ dei valori efficaci della tensione e della corrente può essere assunto per definire l'entità dello scambio di energia che si verifica nel circuito (potenza scambiata fra generatore e circuito); tale prodotto viene denominato potenza reattiva $Q = V\,I$ e misurato in VAR (voltampere reattivi).

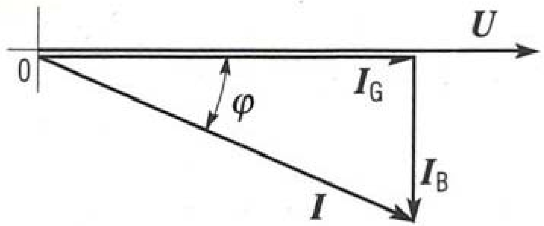
POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Potenza elettrica di una corrente in quadratura con la tensione

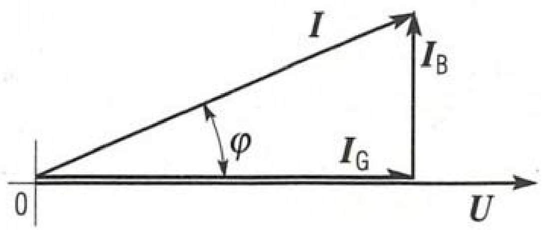
Alla potenza reattiva Q vengono convenzionalmente associati segni opposti a seconda che il circuito sia induttivo oppure capacitivo: si assume come positiva la potenza reattiva Q_L che compete ai circuiti induttivi; si assegna invece il segno negativo alla potenza reattiva Q_C che compete ai circuiti capacitivi.
Nel caso più generale, la corrente e la tensione non sono né in fase fra loro né in quadratura, ma sono invece sfasate l'una rispetto all'altra di un certo angolo φ. Per stabilire quale sarà in tal caso la potenza attiva P e la potenza reattiva Q assorbite dal circuito si scompone il vettore I nelle due componenti attiva e reattiva I_G e I_B.

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Potenza elettrica di una corrente in quadratura con la tensione



a) Per carico induttivo



b) Per carico capacitivo

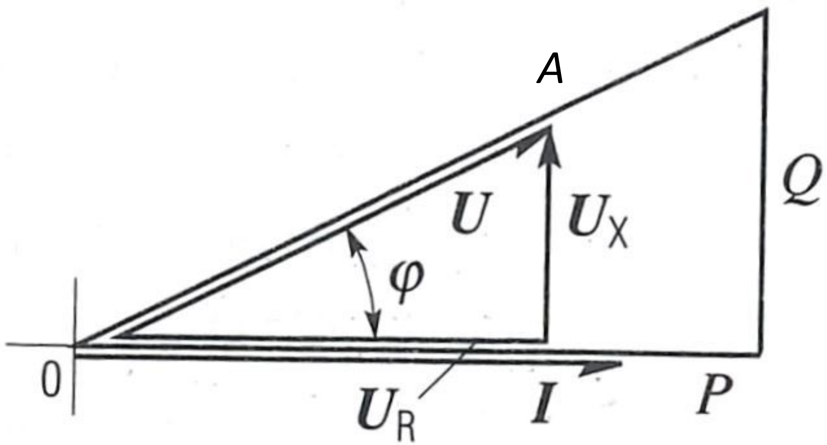
Nel caso generale si sostituisce alla corrente che effettivamente percorre il circuito, le sue due componenti I_G e I_B. La I_B è in quadratura con la tensione e determina solo uno scambio di energia fra il generatore e il circuito; l'effetto utile medio viene invece compiuto esclusivamente dalla componente I_G in fase con la tensione, ottenendo le seguenti espressioni:

$$P = V\ I_G = V\ I\ cos\varphi \quad [W]$$ potenza attiva

$$Q = V\ I_B = V\ I\ sen\varphi \quad [VAR]$$ potenza reattiva

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI A CORRENTE ALTERNATA

Le espressioni della potenza attiva e reattiva rivelano che nei circuiti a corrente alternata sinusoidale le indicazioni fornite da un voltmetro e da un amperometro non forniscono in generale alcun indizio sull'effettiva entità della potenza in gioco.
Il prodotto dei due valori efficaci V e I viene

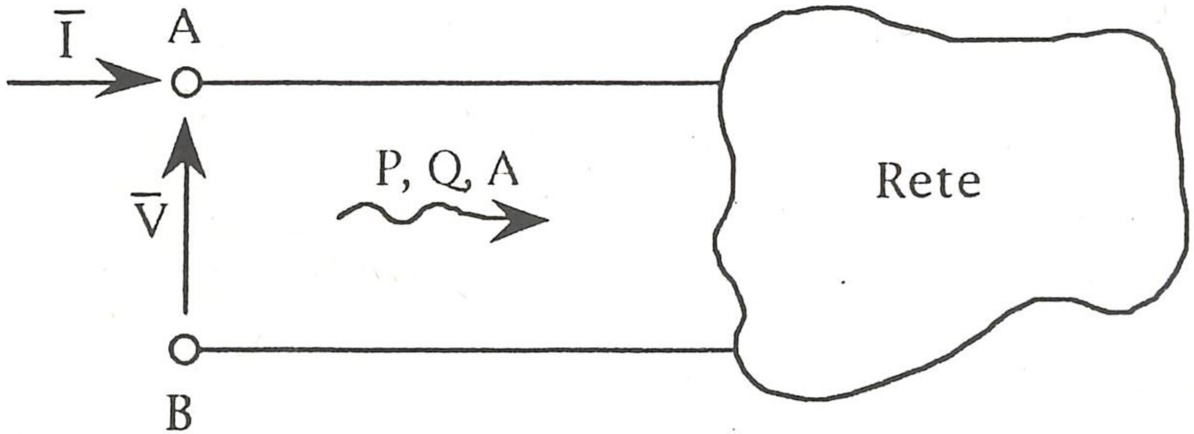


denominato potenza apparente A e non riveste in generale un significato energetico. L'unità di misura della potenza apparente A è il voltampere [VA] .

$$A = V\ I \qquad [\mathrm{VA}]$$

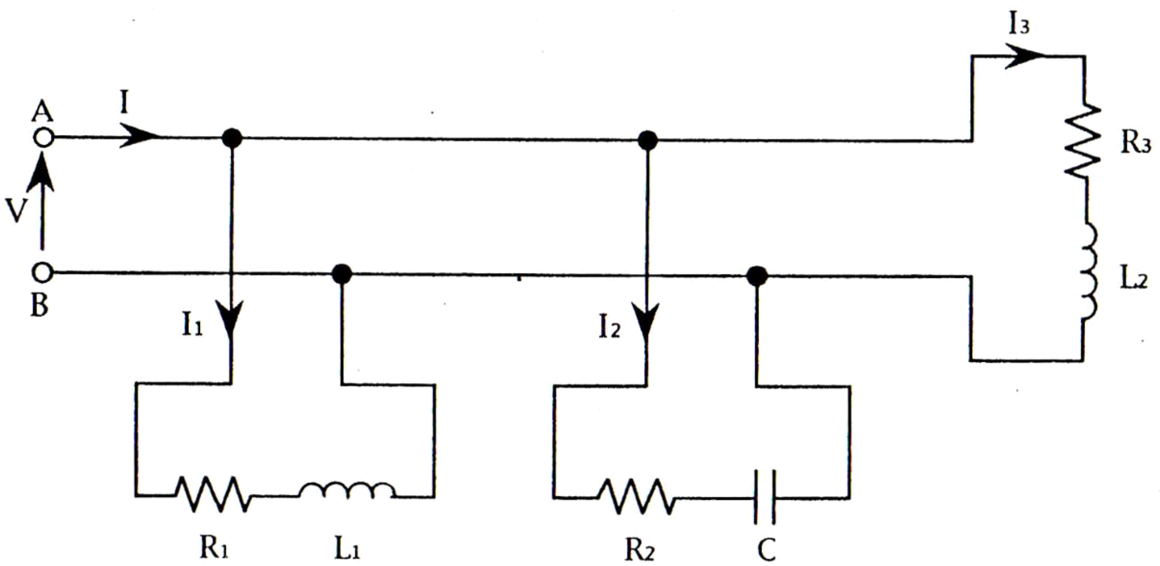
TEOREMA DI BOUCHEROT

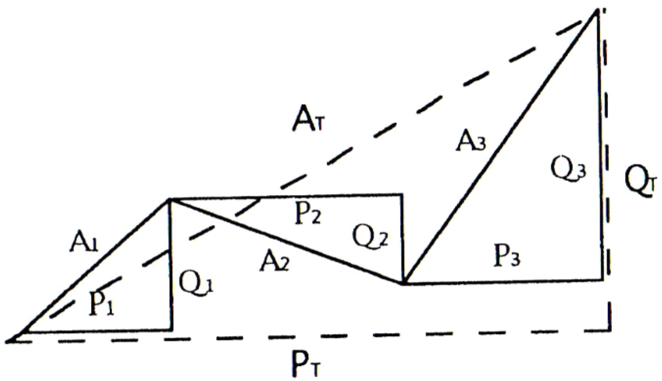
Si consideri una generica rete nella quale sono individuati due morsetti A e B. La potenza totale attiva, reattiva ed apparente assorbita dalla rete attraverso i morsetti A B può essere determinata mediante il teorema di Boucherot che afferma: *"le potenze attive dei bipoli che costituiscono la rete si sommano aritmicamente, quelle reattive algebricamente, le potenze apparenti si sommano fasorialmente".*



TEOREMA DI BOUCHEROT

Esempio





$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = V\,(I_1 \cos\varphi_1 + I_2 \cos\varphi_2 + I_3 \cos\varphi_3)$$

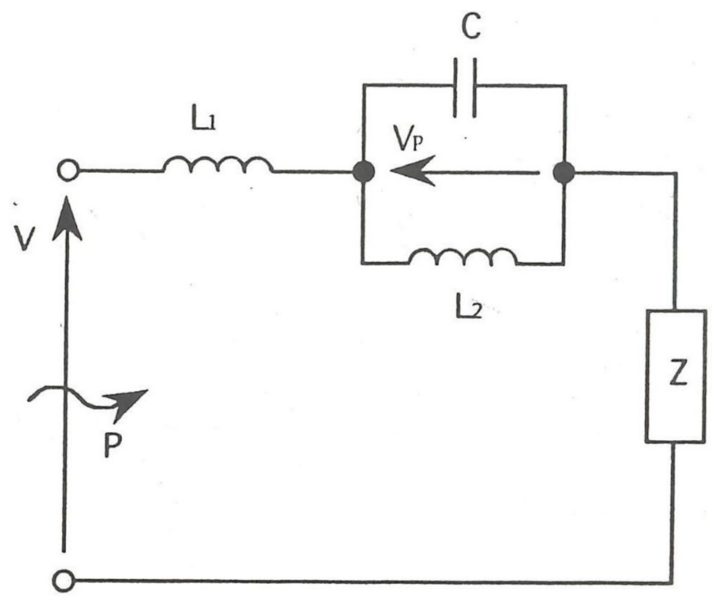
$$Q_T = Q_1 - Q_2 + Q_3 = V\,(I_1 \,\mathrm{sen}\,\varphi_1 - I_2 \,\mathrm{sen}\,\varphi_2 + I_3 \,\mathrm{sen}\,\varphi_3)$$

$$\bar{A}_T = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3$$

Esercizio

Nel circuito di figura, il cui fattore di potenza complessivo è induttivo, è nota la tensione V di alimentazione, la potenza P e la tensione V_P ai morsetti del parallelo L_2, C.
Determinare i parametri dell'impedenza Z e tracciare il diagramma dei fasori.

Dati: $L_1 = 20\ \text{mH}$, $L_2 = 0{,}12\ \text{H}$, $C = 200\ \mu\text{F}$,
$V = 220\ \text{V}$, $V_P = 50\ \text{V}$, $P = 300\ \text{W}$, $f = 50\ \text{Hz}$.



Esercizio

$$X_{L2} = 2\pi\ f\ L_2 = 2 \times 3{,}14 \times 50 \times 0{,}12 = 37{,}68\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\ f\ C} = \frac{10^6}{2 \times 3{,}14 \times 50 \times 200} = 15{,}92\ \Omega$$

$$I_{L2} = \frac{V_P}{X_{L2}} = \frac{50}{37{,}68} = 1{,}327\ A$$

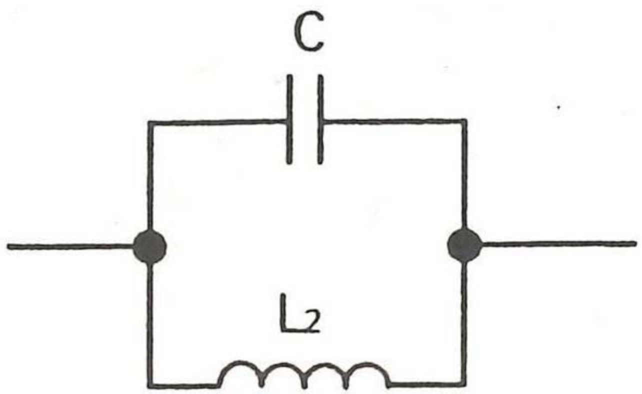
$$I_C = \frac{V_P}{X_C} = \frac{50}{15{,}92} = 3{,}1415\ A$$

$$\overline{I} = \overline{I}_C - \overline{I}_{L2} = 1{,}815\ A$$

Esercizio

La resistenza del circuito, tutta concentrata nell'impedenza incognita, è data dalla relazione:

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{300}{3,29} = 91,07\ \Omega$$



Calcolo della $\overline{Z}_{eq}$ ai morsetti del parallelo L_2 C

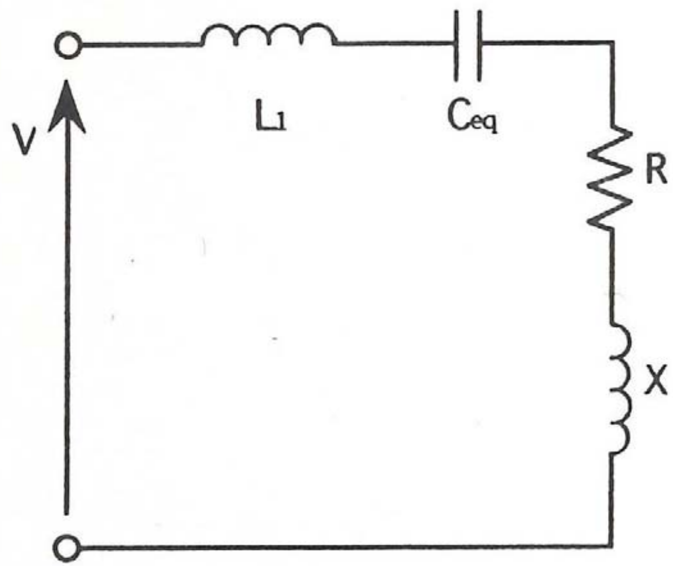
$$\overline{Z}_1 = -j\,X_C$$

$$\overline{Z}_2 = j\,X_{L2}$$

$$\overline{Z}_{eq} = \frac{\overline{Z}_1\ \overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} = \frac{-j\ 15,92\ \times j\ 37,68}{-j\ 15,92\ +\ j\ 37,68} = -j\ 27,574\ \Omega$$

Esercizio

Agli effetti esterni, la Z_{eq} è pertanto rappresentabile mediante un condensatore C_{eq}.



Essendo $X_{C_{eq}} > X_{L1}$ ed il cos φ_T è induttivo, ne consegue che la reattanza incognita è induttiva; pertanto:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{220}{1,815} = 121,21\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_{L1} + X - X_{Ceq})^2}$$

$$121,21 = \sqrt{91,07^2 + (6,28 + X - 27,574)^2}$$

$$X^2 - 42,52\,X - 5945 = 0$$

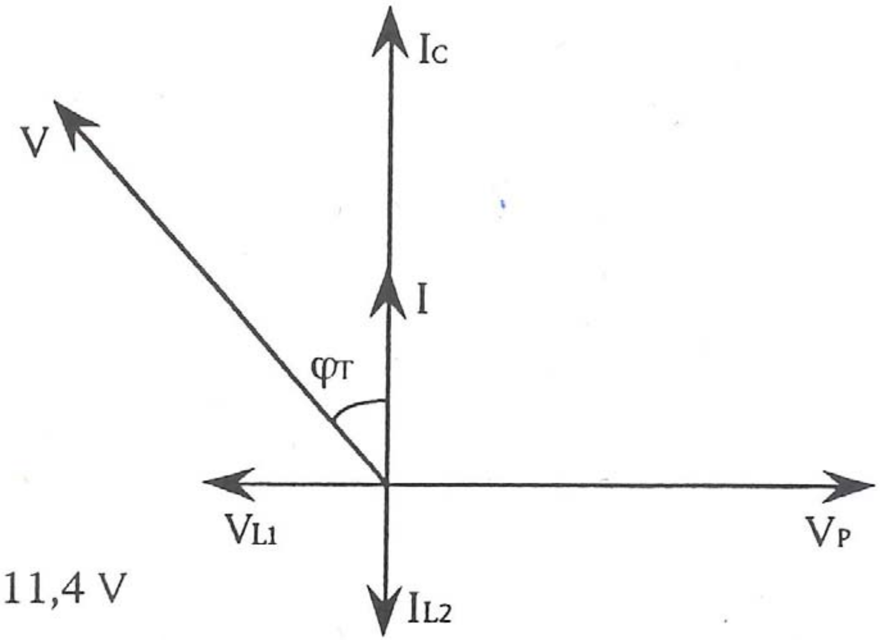
Esercizio

$$X_{12} = \begin{cases} \nearrow 101{,}26\ \Omega \\ \searrow -58{,}73\ \Omega \quad \text{NON ACCETTABILE} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_T = \frac{X_T}{R_T} = \frac{(6{,}28 + 101{,}26 - 27{,}574)}{91{,}07} = 0{,}878$$

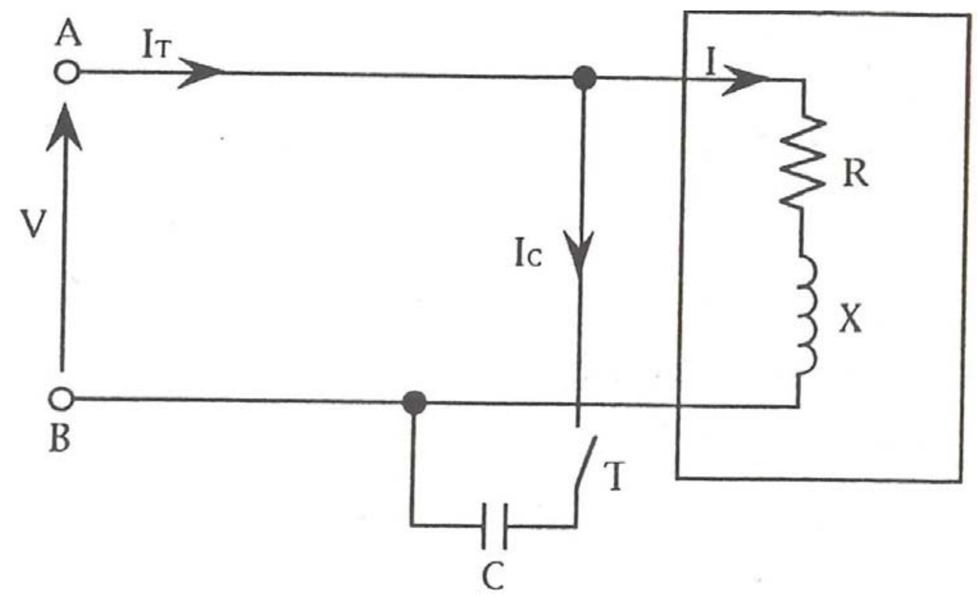
$\varphi_T = 41{,}29°$ in anticipo sulla I

$$V_{L1} = X_{L1}\, I = 2\pi f L_1 I = 314 \times 20 \times 10^{-3} \times 1{,}815 = 11{,}4\ V$$



RIFASAMENTO

Generalmente, nelle applicazioni industriali, gli utilizzatori sono di tipo ohmico-induttivo e possono presentare un angolo di sfasamento tensione-corrente φ particolarmente elevato. Si rende allora necessario rifasare, cioè diminuire tale angolo al fine di ridurre il modulo della corrente totale I_T circolante in linea e di conseguenza la potenza persa.



RIFASAMENTO

Per rifasare si allaccia in parallelo al carico un condensatore che assorbe una corrente I_C sfasata di 90° in anticipo rispetto la tensione.

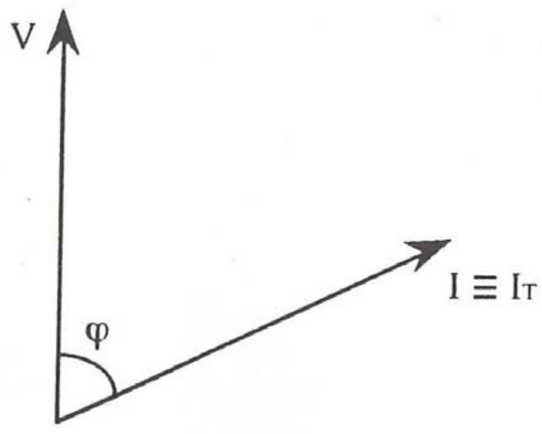


Diagramma fasoriale prima del rifasamento (interruttore T aperto)

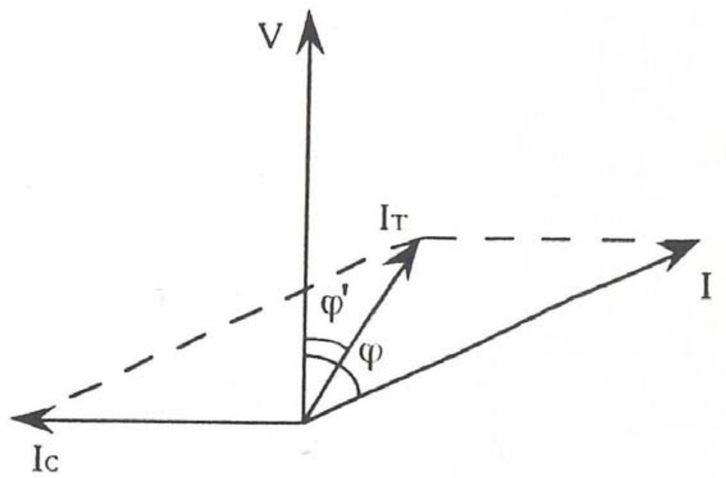


Diagramma fasoriale dopo il rifasamento (interruttore T chiuso)

RIFASAMENTO

Il rifasamento può essere parziale o totale:

$\varphi' < \varphi$ (con φ' di valore prestabilito)

$\varphi' = 0$

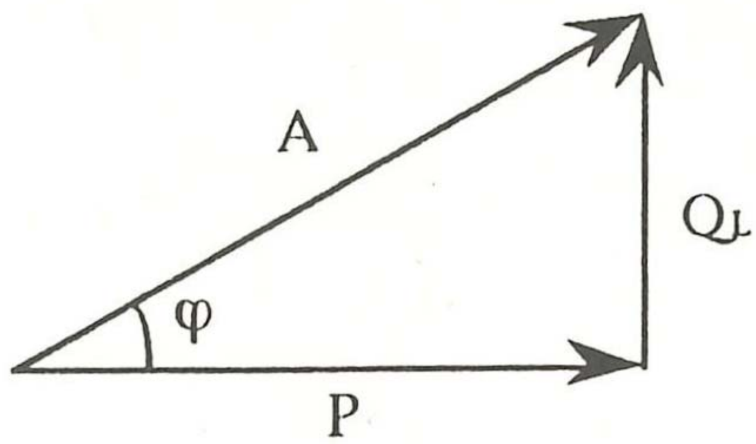
Per determinare il valore della capacità necessaria a rifasare un impianto è utile riferirsi al triangolo delle potenze.

Per rifasare totalmente, il condensatore deve assorbire una potenza reattiva:

$$Q_C = Q_L$$

ossia $$\omega C V^2 = P \operatorname{tg} \varphi$$

da cui $$C = \frac{P \operatorname{tg} \varphi}{\omega V^2}$$



RIFASAMENTO

Se invece si desidera un rifasamento parziale ad un certo cos φ' (noto) si ha:

$$Q_C = Q_L - Q'$$

ossia $\omega C V^2 = P \text{ tg } \varphi - P \text{ tg } \varphi'$

da cui $C = \dfrac{P\ (\text{tg } \varphi - \text{tg } \varphi')}{\omega V^2}$