



Gli Speciali de *Il Giornale dell'*
Ingegnere

Il Colosseo: sulle ragioni del suo stato di danneggiamento

DI MARIO COMO

*A CURA DI AISI
ASSOCIAZIONE ITALIANA
DI STORIA DELL'INGEGNERIA
VII CONVEGNO DI STORIA
DELL'INGEGNERIA*



Gli Speciali de Il Giornale dell' **Ingegnere**

Testi a cura di
Mario Como

Pubblicato in:
History of Engineering. Storia dell'Ingegneria
Proceedings of the 3rd International Conference
Atti del 7° Convegno Nazionale (Naples, 2018 April 23rd - 24th)
Volume I

Editor: **Salvatore D'Agostino, Francesca Romana d'Ambrosio Alfano**
Publisher: © 2018 Cuzzolin S.r.l.
Traversa Pietravalle, 8 - 80131 Napoli
Telefono +39 081 5451143

DIREZIONE, REDAZIONE

Via Spadolini, 7 - 20141 Milano - Tel. 02.36630782 - Fax 02.72016740

RESPONSABILE DATI PERSONALI

QUINE S.r.l. - Via Spadolini, 7 - 20141 Milano
Tel. 02.864105 - Fax 02.72016740

Per i diritti di cui all'articolo 7 del Decreto Legislativo n. 196/03, è possibile consultare, modificare o cancellare i dati personali ed esercitare tutti i diritti riconosciuti inviando una lettera raccomandata a:

QUINE S.r.l. - Via Spadolini, 7 - 20141 Milano



© 2021 Quine S.r.l. - Tutti i diritti riservati



<i>Introduzione</i>	4
<i>Capitolo 1: Breve descrizione del monumento</i>	6
<i>Capitolo 2: Analisi delle cause del dissesto</i>	8
<i>Capitolo 3: Aspetti geologici e geofisici dei terreni di fondazione del monumento</i>	10
<i>Capitolo 4: Scuotibilità sismica dei terreni di fondazione del Colosseo</i>	12
<i>Capitolo 5: Resistenza delle strutture del Colosseo alle forze sismiche</i>	17
<i>Conclusione</i>	19
<i>Bibliografia</i>	20

Introduzione)



È nota la marcata differenza nella conservazione del Colosseo tra il lato Sud e quello Nord: l'intero anello esterno e quello intermedio sul lato Sud sono andati distrutti, mentre quello situato sul lato opposto è quasi intatto. Le cause di tale grave stato di danneggiamento subito dal Colosseo, così differenziato tra le sue parti, non sono state ancora definitivamente accertate. Due sono le congetture che tentano di interpretare le cause di tale danneggiamento: il graduale smontaggio del monumento per l'utilizzo del materiale raccolto (Conforto, 1986; Lancaster, 1998; Coarelli *et al.*, 1999; Rea, 2002) e i passati terremoti. (Crocchi, 1990; 1993; Bozzano *et al.*, 1995; Moczo *et al.*, 1995).

Entrambe le congetture pongono interrogativi di non facile risposta. Come potrebbero essere smontate parti così cospicue del monumento? Non è facile infatti smontare interi settori del Colosseo. Esistono d'altra parte testimonianze che attestano la presenza di lavori già nel VI secolo per il prelievo e l'uso dei materiali del monumento (Rea, 1996; 2002). La congettura che siano stati i passati terremoti a produrre lo stato dissesto del monumento comporta una problematica più complessa ed è tra

l'altro particolarmente rilevante, perché può chiamare in causa anche la sicurezza sismica attuale del monumento.

La sismicità dell'area di Roma non è elevata, tuttavia è noto che l'azione dei sismi ha prodotto danni molto differenziati, a causa delle diverse condizioni geologiche locali dell'area comunale di Roma. Recenti campagne di indagini geofisiche e geotecniche sul sottosuolo dell'area archeologica di Roma (Pagliaroli *et al.*, 2014a; 2014b), accompagnate da estese indagini numeriche, hanno fornito nuovi e importanti elementi per una analisi di tale problematica. Da queste indagini risultano possibili elevati effetti amplificatori nella zona archeologica centrale di Roma e particolarmente nell'area centrale del Colosseo, dove si rinvennero sacche di terreni alluvionali che potrebbero andare in risonanza sotto l'azione sismica. I risultati di tali indagini mostrano che i terreni adiacenti o sottostanti al Colosseo, se investiti nel loro *bed rock* da input sismici rappresentativi di terremoti reali o artificiali, presenterebbero una forte amplificazione dello scuotimento sismico oscillando con periodo compreso tra 0,1 s e 0,5 s. Ricerche ulte-



riori (Pau e Vestroni, 2008) hanno mostrato che i periodi propri dei primi sei modi di vibrare della struttura in campo linearmente elastico sono compresi tra 0,57 s e 1 s. Si comprende quindi l'importanza della valutazione del periodo proprio del monumento in relazione alle caratteristiche di scuotibilità del sito.

Le indagini sulla scuotibilità dei terreni di fondazione o adiacenti al Colosseo sono state effettuate d'altra parte in *free fields*, cioè senza considerare la presenza della massa del monumento sulle formazioni sottostanti. Qui di seguito viene in vece presentata una valutazione del periodo proprio di oscillazione del complesso monumento-terreni di fondazione, effettuata attraverso una modellazione semplice del problema. Sulla base delle nuove conoscenze acquisite sul sottosuolo dell'area, riprendendo e modificando un precedente approccio (Coccia *et al.* 2005, Como, 2010), viene qui affrontato il problema dell'interazione dinamica tra il monumento e il sottostante terreno di fondazione e confrontata la resistenza della struttura del monumento con l'entità dell'azione sismica che può averlo colpito nel passato.

Abstract

Analysis of grounds of the actual damage of the Coliseum in Rome is the aim of the paper. Two conjectures are considered: the past dismantlement works, that already the Vth century began to extract precious construction materials to produce lime, and the past earthquakes.

As far as the dismantling hypothesis is concerned, in the paper it will be shown that at least two piers have to be demolished to produce partial failures of the Monument. The other conjecture is based on numerous geophysical studies, in free field, to measure the seismic excitability of the Coliseum. Local geological conditions, due to the presence of sedimentary fillings in the soils underneath the Coliseum, can in fact strongly increase the intensity of earthquakes. According to these last results, strong seismic actions could have effectively struck the Monument and, probably, caused the detected damage.

To discuss these last results, the paper evaluates, from one side, the lateral seismic strength of the Coliseum and, from the other side, the period of the horizontal oscillations of the coupled system, composed both by the Monument and the underlying soft alluvial deposits. Thus, in opposition to the free field results, the horizontal oscillation period of the Monument results much higher, due to the contribution of its large mass. Consequently, the seismic action that could have struck the Monument in the past becomes lower than its seismic strength.

Probably the past dismantling works, that started since from the Vth century, gradually weakened the Monument, that became more vulnerable to the subsequent seismic actions, particularly to those due to the strong earthquake that struck the city of Rome in the year 1349.

Breve descrizione del monumento

L'anfiteatro, con i suoi ottanta ingressi, consentiva facile accesso a circa 50.000 spettatori. Aveva una pianta ellittica, con diametro esterno di 188 m e interno di 155 m (Rea, 2002). All'interno è situata l'arena dove i vari eventi e spettacoli avevano luogo. Anche la pianta dell'arena ha forma ellittica e lungo i suoi assi misura 75 m · 44 m. Il *podium*, costruito in *opus latericium* e rivestito con lastre di marmo, limitava l'arena.

La parte principale della struttura esterna del Colosseo è costituita dalla *cavea* e da tre pareti anulari costituite da archi e 240 pilastri a ogni piano, connessi ai vari livelli da archi che sostengono le arcate di perimetro. La facciata, dell'altezza esterna di 48,5 m, è realizzata da una sequenza di arcate regolari con ordini colonnari sovrapposti: il Tuscanico, lo Ionico e il Corinzio; ha una cornice superiore, l'attico, sostenuta da robuste mensole e presenta quattro piani; i primi tre hanno archi a tutto sesto, mentre l'attico ha quaranta finestre rettangolari. Le volte degli ambulacri correvano lungo le pareti dell'anfiteatro e formavano larghi corridoi che collegavano i vari livelli della *cavea* (Coarelli et al., 1999; Conforto, 1986; Conforto, 1988; Cozzo, 1928; Cozzo, 1971, La Regina, 2001; Luciani, 1993).

La costruzione dell'anfiteatro è stata preceduta da una sistemazione idraulica dell'area

per drenare le acque che si erano accumulate nella valle. Dopo il drenaggio del laghetto artificiale di Nerone venne costruito un grosso anello ellittico, come un ordinario muro, in *opus caementicium*, che dopo vari riempimenti divenne la fondazione del Colosseo: su di esso, infatti, venne poi costruita la struttura in elevazione dell'anfiteatro.

La pianta della fondazione, in *opus coementicium*, di tutta la struttura in elevazione del monumento è costituita da una fascia ellittica di larghezza 51,5 m e altezza 12,0 m. L'ellisse esterna del basamento ha l'asse maggiore di 187,2 m e l'asse minore di 157,5 m, mentre quella interna ha l'asse maggiore di 84,2 m e l'asse minore di 54,5 m, come mostrato in **Fig. 1**.

Per costruire i pilastri, i blocchi di travertino erano lavorati sul posto con una preparazione. I pilastri e gli archi circumferenziali delle tre pareti al perimetro sono in blocchi di travertino mentre le volte hanno intra-

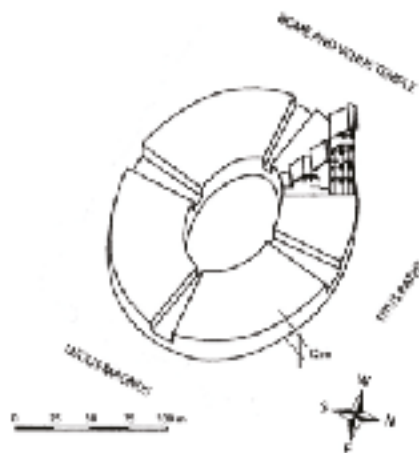


Fig. 1 - L'anello di fondazione del Colosseo (da Viggiani, 2017).

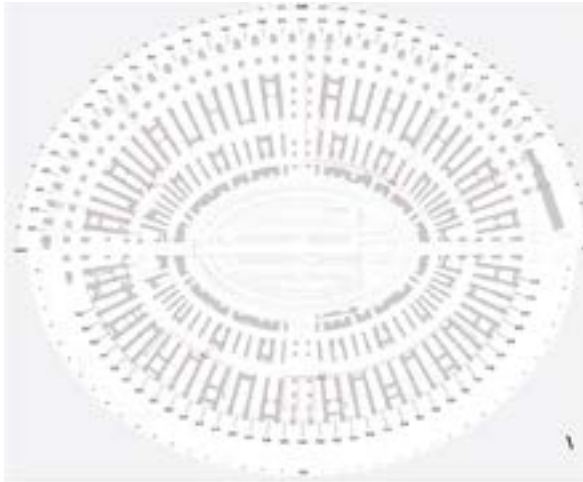


Fig. 2 – Pianta del primo livello del monumento nel suo stato attuale (da Wikipedia).

dosso in piccoli blocchi di tufo o in mattoni, con funzione di cassero e struttura soprastante di regola in *opus coementicium*. I setti radiali sono costruiti parzialmente in muratura di tufo o in mattoni in cui sono inseriti pilastri in blocchi di travertino. Le volte tra i setti, a sostegno delle gradonate, sono in piccoli blocchi di tufo (Rea *et al.*, 2002).

I danni e le conseguenti riparazioni

Lo stato di danneggiamento del monumento, rivelatosi nel XVIII secolo, prima dei lavori di riparazione e consolidamento che da quel tempo ebbero inizio, era conseguenza di 17 secoli di vita dell'edificio, intramezzati da eventi eccezionali quali incendi e terremoti. La **Fig. 2** mostra la pianta del primo livello dell'anfiteatro nel suo stato attuale (Cerone *et al.*, 2000). Nell'intero lato sud del monumento, sia la parete esterna che quella intermedia sono mancanti.

La **Fig. 3** riporta un famoso dipinto di G. V. Wittel che descrive lo stato di degrado del Colosseo rilevato nella



Fig. 3 – Disegno di Gaspar Van Wittel di metà del XVIII secolo.

metà del Settecento. Nessun lavoro di restauro venne eseguito fino ai tempi di papa Pio VII (1800–1823): successivamente, Leone XII (1823–1829), Gregorio XVI (1831– 1846) e Pio IX (1846–1878) diedero inizio a un lungo processo di restauro che interessò l'intero anfiteatro. C'era timore per la stabilità della parete esterna, poiché solo 39 archi verso l'Esquilino erano in piedi e si era così interrotto il bilanciamento tra spinte e contropinte nella direzione circonferenziale.

Stern, Palazzi e Camporesi costruirono il contrafforte verso est, che venne completato nel 1807, mentre Valadier (1823–1826) costruì il contrafforte sul lato occidentale. Malgrado i lavori effettuati da Stern (1806–1807) e Valadier (1823-1826), si temeva che la parete esterna potesse continuare a ruotare all'esterno. Perciò più tardi, nel 1850, Canina installò un triplo ordine di catene in corrispondenza della tre dicesima arcata centrale. Per ancorare le catene radiali alla parte superiore della parete esterna vennero ricostruiti 13 pilastri del terzo livello e un muro sopra la parete centrale. Una volta completato il muro di ancoraggio, le catene vennero posizionate in coppia allo stesso livello delle volte. Mentre i contrafforti costruiti da Stern e Valadier recuperarono il bilanciamento delle spinte degli archi circonferenziali, le catene installate da Canina vincolarono la parete esterna in direzione radiale. L'intera zona centrale del muro di Nord Est per la prima volta risultava stabilizzata. L'utilità di quest'ultimo lavoro di consolidamento può essere apprezzata ancora oggi, più di 150 anni dopo. Gli interventi strutturali più

recenti risalgono al 1979, quando vennero consolidati con iniezioni di resina e, purtroppo, con cuciture armate alcuni pi lastri del settore orientale (Bulian, 1980), già oggetto di intervento da parte di Valadier.

Analisi delle cause del dissesto

La congettura dello smontaggio

Documenti provano l'esistenza di lavori di smontaggio del monumento sin dal VI secolo (Rea *et al.*, 2002). La documentata presenza di lavorazioni di calce all'interno del monumento, che comporta la necessità di bruciare in loco marmo e travertino, testimonia l'uso del fuoco nell'Anfiteatro. Ciò suggerisce l'idea che col fuoco si sia artatamente prodotto il collasso di alcuni pilastri per determinare crolli di parti del monumento al fine di poter poi disporre dei materiali caduti.

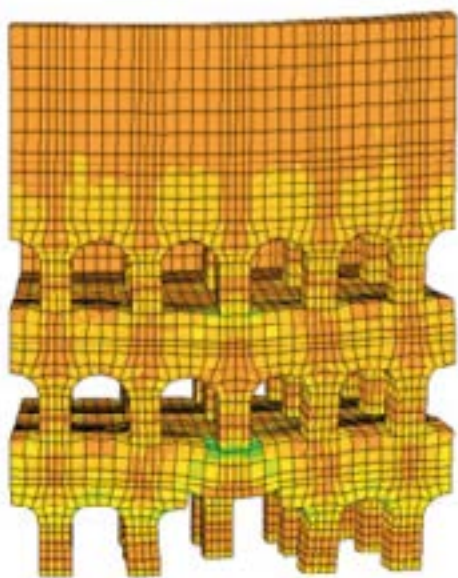


Fig. 4 – Configurazione di equilibrio della struttura del Colosseo dopo la demolizione di un singolo pilastro della parete esterna (da Como *et al.* 2006).

Le conseguenze statiche della demolizione di uno o due pilastri sono state simulate con il programma DIANA [1] (Como, 2010), applicando gradualmente il peso alla struttura privata dei pilastri demoliti. L'analisi ha dimostrato che la distruzione di un singolo pilastro non conduce al collasso: il monumento resterebbe ancora in piedi dopo questa singola demolizione in quanto attraverso il formarsi di nuovi sistemi ad arco, i pilastri adiacenti risultano infatti in grado di sostenere il carico assorbito dal pilastro di strutto; in **Fig. 4** è diagrammato il campo di sollecitazioni che si induce nel monumento dopo la demolizione del singolo pilastro. La demolizione di due pilastri, al contrario, risulta in grado di determinare il collasso dell'intera sezione dell'anello esterno soprastante, come mostrato in **Fig. 5** in riferimento a due pilastri del primo livello.

La **Fig. 6** mostra invece il diagramma carico-cedimento verticale ottenuto aumentando gradualmente il peso del monumento, a partire da un valore minimo, quasi zero, fino al raggiungimento del suo valore effettivo.

La congettura dei passati terremoti

La sismicità di Roma è abbastanza moderata. Nondimeno, in circa 2500 anni di storia, la città è stata colpita da un considerevole numero di eventi che hanno causato danni abbastanza gravi al suo patrimonio architettonico (Sabetta, 2013). Secondo il catalogo sismico italiano, che registra i terremoti in Italia avvenuti in un arco di tempo di oltre

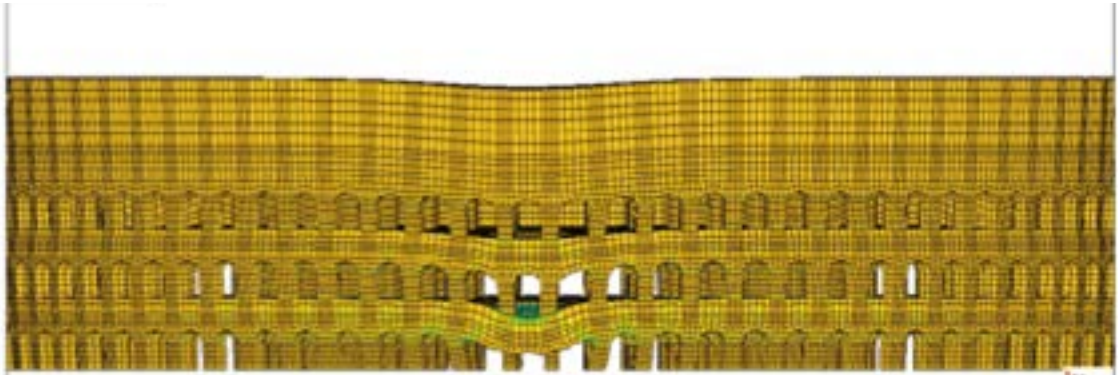


Fig. 5 – Collasso parziale della parete esterna causato dalla demolizione di due pilastri (da Como et al. 2006).

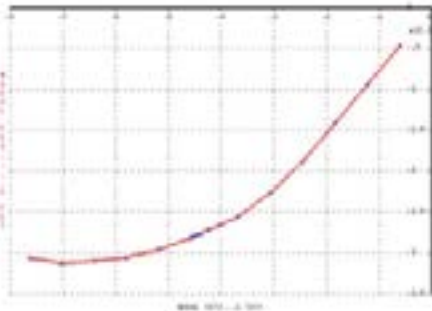


Fig. 6 – Relazione tra carico e cedimento verticale in sommità al crescere graduale del peso del monumento (da Como, 2010).

duemila anni, a Roma i maggiori effetti, dovuti alla sismicità dell'Appennino, raggiunsero in alcuni casi gradi di intensità fino al VII–VIII grado della scala MCS (Molin e Guidoboni, 1989, Guidoboni et al., 1994). La **Tab. 1** mostra la correlazione tra l'intensità della scala MCS e il valore di acce-

lerazione massima del suolo misurata nel corso di un terremoto o attesa in un determinato sito, il Peak Ground Acceleration (PGA).

Le condizioni geologiche locali hanno avuto rilevante influenza nella distribuzione del danno: il danneggiamento è stato più severo per gli edifici e i monumenti fondati sui depositi sedimentari del Tevere. Come effettivamente osservato, durante un terremoto, il moto sismico superficiale in una valle con coperture sedimentarie superficiali può essere significativamente amplificato e prolungato (Funicello et al., 1995; Funicello et al., 2002; Moczo et al., 1995). È necessario pertanto esaminare, sia pure molto sommariamente, anzitutto le caratteristiche geologiche dei terreni di fondazione del monumento.

PGA [g]	0,05	0,07	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50
I_{MCS}	V-VI	VI	VII	VIII	IX	IX-X	X	X-XI	XI

Tab. 1 – Correlazione tra i valori di intensità della scala MCS e quelli della PGA.

Aspetti geologici e geofisici dei terreni di fondazione

La **Fig. 7** descrive i terreni limitrofi alla fondazione del Colosseo secondo una ricca costruzione effettuata da Moscatelli *et al.* (2014) e da Pagliaroli *et al.* (2014a), sulla base di estese indagini geofisiche, geologiche e geotecniche.

I terreni posti subito al di sotto della struttura di fondazione del Colosseo sono di due tipologie differenti (Moccheggiani Carpano, 1977; Bozzano, 1995; Funicello, 1995; Funicello, 2002; Jappelli, 2000; Sciotti, 2004; Pagliaroli *et al.*, 2014a; Pagliaroli *et al.*, 2014b) e dettagliatamente descritti in **Fig. 7**:

- sul lato Nord, un'alternanza di letti di sabbie limose e di sabbie vulcaniche, sovra stante a un'alternanza di ciottoli e argille limose fluviali, a loro

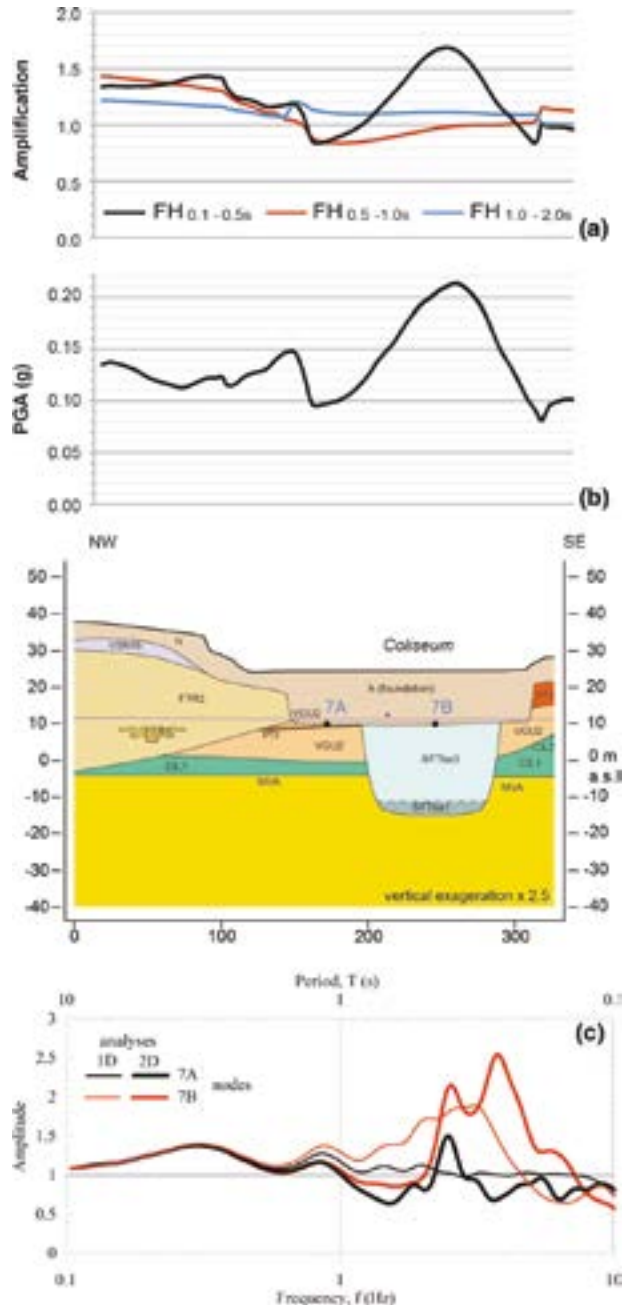


Fig. 7 – Geologia dei terreni adiacenti la fondazione del Colosseo (da Pagliaroli *et al.*, 2014a).



Litotipo	γ [kN·m ⁻³]	V_s [m·s ⁻¹]	ν [-]
Bed rock sismico	22,0	800	0,46
CIL1	20,5	620	0,39
FTR1	20,5	680	0,45
FTR2,3-VGU2-VSN1b-CIL2	19,7	340	0,48
h	18,0	185	0,42
hm	19,0	530	0,40
MVA	20,5	550-650 ²	0,48
PT1-PPT	16,0	650	0,39
SFTba1	20,0	590	0,46
SFTba2,3	18,5	270	0,49
VGU1	20,0	390	0,42
VSN1a	16,0	600	0,40

γ : peso specifico; ν : coefficiente di contrazione laterale; V_s : velocità delle onde di taglio;
 CL1: ciottoli; CL2: argille limose fluviali; MVA: argille marine sovra-consolidate e argille marnose;
 PT1: tufi litoidi; SFTBA1: ciottoli; SFTba2: argille limose associate a sabbie e ghiaie.

Tab. 2 – Valori dei parametri per la caratterizzazione delle condizioni di vincolo del Colosseo ai terreni di base (di cui alla fig. 7, da Pagliaroli et al., 2014).

volta sovrapposte a una formazione di argille marine sovra-consolidate e argille marnose;

- sul lato Sud depositi alluvionali disposti lungo l'antico alveo del Labicano e costituiti da argille limose associate a sabbie e ghiaie. Sul fondo dell'alveo si rinviene in piccola spessore una formazione costituita prevalentemente da ciottoli. Lo spessore della formazione alluvionale è compreso tra 20,0 m e 25,0 m.

Sul lato Sud-Est, ma solo lateralmente alla fondazione, si rinviene una lente di tufi litoidi che si estende verso Est ma che non interessa la fondazione. Al di sotto delle formazioni che circondano l'alveo, sovrastate ai bordi da rilievi

collinari si rinviene un profondo banco di argille marine sovra consolidate e di argille marnose, indicato in **Fig. 7** come formazione MVA.

In Tab. 2 sono riportati, per le varie formazioni, i valori dei parametri essenziali per caratterizzare le condizioni di vincolo del Colosseo ai terreni di base.



Scuotibilità sismica dei terreni di fondazione del Colosseo

Particolarmente interessanti sono i risultati di un'indagine in *free field* effettuata da Pagliaroli *et al.* (2014a) riguardanti la scuotibilità del sito dove è costruito il Colosseo, nella quale il *bed rock*, fissato alla profondità di 525 m dalla superficie, è caratterizzato da una velocità $V_s = 550$ m/s. Tra i vari spettri sismici considerati (UHS) l'input sismico scelto sul *bed rock* è l'INGV HS, di periodo di ritorno di 475 anni relativo a suolo roccioso, sostanzialmente simile a quello corrispondente alla NTC-2008 per il suolo A con accelerazione spettrale pari a 0,1g per $T = 0$, di cui al diagramma di **Fig. 8**. In **Fig. 7b** è rappresentata l'accelerazione di picco PGA che si produce al tetto delle varie formazioni presenti in superficie, quota fondazione del monumento, quando il *bed rock*

è soggetto all'input sismico prescelto. La forma a campana della distribuzione delle accelerazioni con un massimo di 0,22 g, che si rinviene solo sulla sommità della formazione alluvionale, sta a indicare che nelle alluvioni, contenute nelle cavità dell'alveo del Labicano, si produce un fenomeno di risonanza. Sulle sabbie vulcaniche la massima PGA raggiunge 0,10 g.

I diagrammi riportati in **Fig. 7a** forniscono i risultati numerici relativi all'amplificazione dell'accelerazione orizzontale delle formazioni superficiali investite da oscillazioni di periodi che cadono nella media dei tre intervalli $0,1s \div 0,5 s$; $0,5 \div 1,0 s$; $1,0 \div 2,0 s$ rispetto alle oscillazioni di input imposte. Si notino la forte amplificazione che si pro-

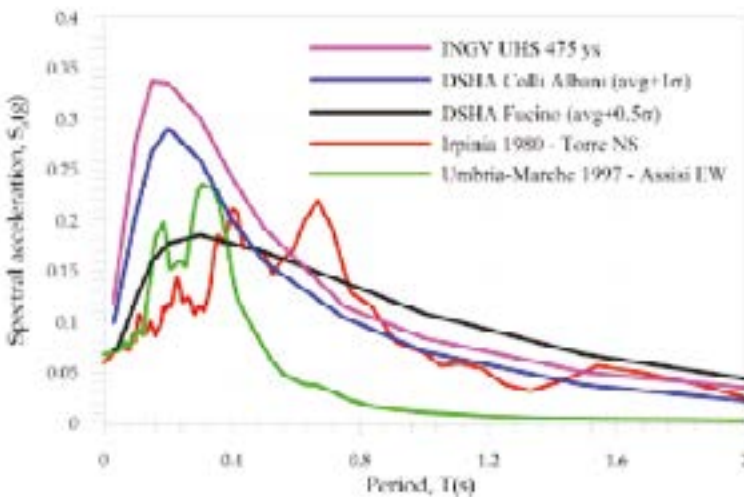


Fig. 8 – Gli spettri sismici considerati come input sismico sul *bed rock* (da Sabetta *et al.* 2013).

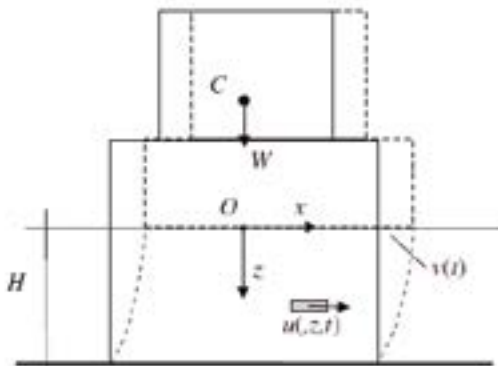


Fig. 9 – Il modello del sistema accoppiato formazione alluvionale-Colosseo.

duce nell'intervallo 0,1÷0,5 s e le risposte molto differenti tra loro, a seconda della frequenza delle oscillazioni con cui i terreni sono investiti. Indipendentemente dal fatto che trattasi di formazioni alluvionali o piroclastiche, non si amplificano oscillazioni con periodo compreso tra 0,5 s e 1,0 s, piccole amplificazioni, non superiori al 20%, si producono per oscillazioni con periodi di oscillazione compreso tra 1,0 s e 2 s, mentre per oscillazioni di periodo più piccolo, compreso tra 0,1 s e 0,5 s si hanno invece amplificazioni che interessano la superficie della formazione alluvionale posta nel letto dell'antico alveo del Labicano.

Tali valutazioni numeriche dell'amplificazione locale del moto sismico, in *free field*, non considerano l'effetto della presenza del grosso monumento sul tetto della formazione.

Il modello dinamico del sistema accoppiato formazione alluvionale-Colosseo

La Fig. 9 descrive in un modello bidimensionale la formazione alluvionale di altezza H poggiate sulla formazione di argille sovraconsolidate costituenti il *bed rock*, su cui poggia la fondazione del Colosseo vincolata elasticamente a essa nei riguardi di scorrimenti orizzontali.

La formazione subisce oscillazioni costituite

da scorrimenti elastici orizzontali.

Nella formulazione del modello si è ritenuto ragionevole trascurare le deformazioni che si producono nel monumento rispetto a quelle dei suoi terreni di fondazione.

L'entità delle deformazioni che si produrranno nello strato deformabile è considerata comunque sufficientemente piccola in modo da prendere in conto solo le deformazioni elastiche. Un generico punto P(x,z) nello strato subisce quindi spostamenti orizzontali:

$$(1) \quad u(x, t)$$

Al generico tempo t la condizione di equilibrio dinamico di un piccolo elemento $dx dz$ è dunque

$$(2) \quad \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

se $\tau(z,t)$ è la tensione tangenziale. La relazione di elasticità è:

$$(3) \quad \tau = G \frac{\partial u}{\partial z}$$

dove G è il modulo di elasticità tangenziale e $\partial u / \partial z$ è lo scorrimento tra le due facce distanti dz dell'elemento, uguale per tutti i punti della formazione alla stessa quota z. La sostituzione della (3) nella (2) fornisce la nota equazione delle oscillazioni di scorrimento dello strato:

$$(4) \quad \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Durante le oscillazioni orizzontali del monumento, la sua massa M è soggetta alla forza orizzontale:

$$(5) \quad M \ddot{u}(0, t)$$

Capitolo 4

che sarà in ogni istante t equilibrata dalla distribuzione delle tensioni tangenziali τ agenti alla base del monumento, **Fig. 8**. La tensione tangenziale $\tau(0,t)$ agisce alla testa del deposito alluvionale e quindi risulta legata alla deformazione che si produce alla testa del deposito dalla relazione:

$$(6) \quad m\ddot{u}(0,t) = \tau(0,t) = G \frac{\partial u}{\partial z}(0,t)$$

se m è la massa del monumento per unità di superficie di appoggio.

La (6) costituisce la condizione di equilibrio tra la testa del deposito e la base del piccolo strato a deformabilità concentrata.

Lo spostamento orizzontale $u(z,t)$ che si produce all'interno della fondazione in oscillazione stazionaria viene espresso dalla relazione:

$$(7) \quad u(z,t) = \phi(z) \sin \omega t$$

dove la funzione $\phi(z)$ risolve l'equazione:

$$(8) \quad \frac{d^2 \phi}{dz^2} + \frac{\rho \omega^2}{G} \phi = 0$$

e quindi è rappresentata dall'integrale:

$$(9) \quad \phi(z) = A \sin \chi z + B \cos \chi z$$

dove si è posto:

$$(10) \quad \chi = \sqrt{\rho / G}$$

Incognita del problema è quindi la funzione:

$$(11) \quad u(z,t) = (A \sin \chi z + B \cos \chi z) \sin \omega t$$

La base della formazione è d'altra parte fissa sul *bed rock*. Deve essere quindi:

$$(12) \quad \phi(H) = (A \sin \chi H + B \cos \chi H) = 0$$

Dalla (12) si ha:

$$(13) \quad A \operatorname{tg}(\chi H) = -B$$

La sostituzione della (13) nella (12) fornisce:

$$(14) \quad \operatorname{tg}(\chi H) = \frac{G \chi}{m \omega^2}$$

che, dopo alcuni sviluppi, si riduce a:

$$(15) \quad (\omega \theta) \operatorname{tg}(\omega \theta) = \beta$$

ovvero:

$$(16) \quad x \cdot \operatorname{tg} x = \beta$$

dove:

$$(17) \quad x = \omega \theta \quad \theta = \sqrt{\rho H^2 / G} \quad \beta = \frac{\rho H}{m}$$

con θ = tempo dello strato (in secondi) e β = rapporto di massa tra la formazione e il monumento (adimensionale).

La (16) rappresenta l'equazione delle frequenze del sistema accoppiato formazione-monumento nell'ipotesi di connessione orizzontale rigida tra la base del monumento e il tetto della formazione.

Ancora, dalla (15), se

$$m \rightarrow 0, \operatorname{tg}(\omega \theta) \rightarrow \infty, \omega \theta \rightarrow \pi / 2$$

e la frequenza circolare ω ritrova la frequenza circolare dello strato in *free field*, cioè la frequenza di quelle oscillazioni che non considerano presente, sul tetto dello strato, la massa del monumento:

$$(19) \quad \omega \rightarrow \omega_{f,f} = \frac{\pi V_s}{2H} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_{f,f}} = \frac{4H}{V_s}$$

dove $V_s = (G/\rho)^{0.5}$ = velocità delle onde di taglio nella formazione (Newmark-Rosenblueth, 1975; Como e Lanni, 1979).

Valutazioni numeriche

Le valutazioni sono state fatte sulla base



dei dati illustrati nella descrizione del monumento.

Pesi

Fondazione

- Area del basamento ellittico:
 $A = \pi/4(187,2 \cdot 156,5 - 84,2 \cdot 54,5) = 19.405,5 \text{ m}^2$
- Volume complessivo del basamento:
 $V = 19.405,5 \cdot 12,0 = 232.866,0 \text{ m}^3$
- Peso specifico: $\gamma = 2 \text{ t/m}^3$
- Peso della fondazione:
 $W_f = 232.866,0 \cdot 2 = 465.732 \text{ t}$

Ipogei

- La struttura sotterranea degli ipogei si sviluppa sotto l'arena e ha pianta ellittica pari all'ellisse interna dell'anello di fondazione su indicato e altezza pari a 8 m. Nel calcolo del peso è stato considerato un rapporto vuoto per pieno pari a 0,4 con $\gamma = 1,6 \text{ t/m}^3$.
- Area in pianta degli ipogei:
 $A = \pi/4 \cdot 84,2 \cdot 54,5 = 3.604,1 \text{ m}^2$
 - Volume complessivo degli ipogei:
 $V = 3.604,1 \cdot 8,0 = 28.832 \text{ m}^3$
 - Peso degli ipogei:
 $G_{ip} = 28.832 \cdot 0,4 \cdot 1,6 = 18.452,1 \text{ t}$

Fondazione degli ipogei

- Altezza: 4 m
- Volume fondazione ipogei:
 $V = 3.604,1 \cdot 4,0 = 14.416 \text{ m}^3$
- Peso fondazione ipogei:
 $G_{fip} = 14.416 \cdot 2,0 = 28.483 \text{ t}$

Pareti radiali (setti)

- Peso di tutte le pareti radiali (setti):
 $W_s = 69.120,0 \text{ t}$

Pareti del podio

- Peso delle due pareti del podio:
 $W_{mp1} = 11.374,0 \text{ t}; W_{mp2} = 4664 \text{ t}$

Gradonate

- Peso delle gradonate: $W_g = 63.848,0 \text{ t}$

Volte circolari e pareti

- Peso delle volte circolari e pareti:
 $W_p = 287.424 \text{ t}$

Peso totale del monumento

$W_M = 946.401 \text{ t}$

Massa totale del monumento

$m = 96.473 \text{ t} \cdot \text{s}^2/\text{m}$

Pressione media sulla base dell'anello ellittico di fondazione
 $\sigma_m = (946.557 - 28.483 - 18.452,1) / 19405,5 = 899.622,0 / 19405,5 = 46 \text{ t/m}^2$

Periodo proprio di oscillazione del complesso formazione alluvionale-monumento

La velocità delle onde di taglio nella formazione alluvionale è stata valutata pari a 270m/s. Il peso specifico della formazione è inoltre risultato essere $\gamma = 1,85 \text{ t/m}^3$. Il modulo di elasticità tangenziale della formazione è quindi:

$$G = 270^2 \cdot \frac{1,85}{9,81} = 13.748$$

Il fattore θ , il tempo dello strato, vale quindi, con la seconda delle (17), assumendo un'altezza della sacca alluvionale, H, pari a 25 m:

$$\theta = \sqrt{\frac{\rho H^2}{G}} = \sqrt{\frac{1,85 \cdot 25^2}{9,81 \cdot 13748}} = 0,093$$

La massa specifica m del monumento, cioè la massa totale del monumento rapportata all'area A della superficie della fondazione, viene calcolata come:

(20)
$$m = \frac{M}{A} = \frac{W}{Ag} = \frac{\sigma_m}{g}$$

se σ_m è la pressione media complessiva agente sulla fondazione, precedentemente valutata pari a 46 t/m².

Il rapporto di massa β tra la formazione e il monumento risulta quindi, rispettivamente

Capitolo 4)

per $H = 25$ m:

$$\beta = \frac{\rho H}{m} = \frac{1,85 \cdot 25}{46} = 1,00$$

La frequenza circolare ω delle oscillazioni del sistema accoppiato formazione alluvionale e monumento si ottiene come soluzione dell'equazione: $x \cdot \operatorname{tg} x = 1,0$ che ha soluzione, fornita dalla (17): $x = 0,862$

da cui, poiché $x = \omega \times \theta$, con $\theta = 0,093$ s si ottiene:

$$\omega = \frac{0,862}{0,093} = 9,269$$

e il periodo proprio T di oscillazione risulta:

$$T = \frac{2\pi}{9,269} = 0,68 \text{ s}$$

Val la pena sottolineare che il periodo proprio di oscillazione della formazione calcolata in *free field* vale:

$$T_{ff} = \frac{4H}{V_s} = \frac{4 \cdot 25}{270} = 0,37 \text{ s}$$

Dai risultati ottenuti risulta evidente l'influenza che la massa del Colosseo esercita sul periodo di oscillazione del complesso formazione alluvionale-monumento, che comporta circa un raddoppio del periodo di oscillazione, da 0,37 s a 0,68 s. Il periodo di oscillazione della formazione, valutato in *free field*, con la (18), è in accordo con quello valutato da Pagliaroli *et al.* (2014) in quanto risulta compreso nella fascia di periodi 0,1÷0,5 s. nella quale secondo Pagliaroli *et al.* (2014) sono state calcolate le forti amplificazioni.

La piccola profondità della valle del Labicano dovrebbe inoltre far considerare molto improbabile il prodursi di forti amplificazioni locali, se si confronta questa dimensione con la lunghezza d'onda che, per un periodo di 0,68, risulta pari a: $\lambda = 270 \cdot 68 = 183$ m, al posto di $\lambda = 270 \cdot 0,37 = 99$ m.

La valutazione effettuata del periodo di oscillazione del monumento non è inoltre confrontabile con quella svolta in campo linearmente elastico di Pau *et al.* (2008), che non ha considerato l'interazione terreno-struttura.





Resistenza delle strutture del Colosseo alle forze sismiche

Il livello della resistenza delle strutture del Colosseo sotto l'azione di spinte sismiche orizzontali può essere approssimativamente valutato a mezzo dell'analisi cosiddetta di *push-over*. La presenza di un dominante modo traslazionale, come vedremo più avanti, suggerisce che le accelerazioni orizzontali agenti sulle masse del monumento possano essere considerate costanti. Solo una metà del monumento allora può crollare per effetto del terremoto.

La condizione di *push-over* può allora essere rappresentata da una distribuzione di forze orizzontali costanti con l'altezza e proporzionali alle masse del monumento.

La **Fig. 10** mostra la pianta del monumento

sotto l'azione di forze sismiche orizzontali tali, dirette da Nord Est a Sud Ovest, considerando la posizione geografica delle aree sismogenetiche dell'Appennino. La metà di Sud Ovest dell'intera volta anulare, che l'azione sismica strappa e forza a espandersi verso l'esterno, si stacca dall'altra metà che, al contrario, come una diga ad arco, è compressa dai carichi sismici spingenti.

La valutazione della resistenza sismica alle azioni orizzontali del monumento ha richiesto pertanto l'uso di un codice di calcolo non lineare, il programma di analisi strutturale [agli elementi finiti DIANA [1], in grado di risolvere un'ampia classe di problemi non lineari in presenza di materiali con diversa

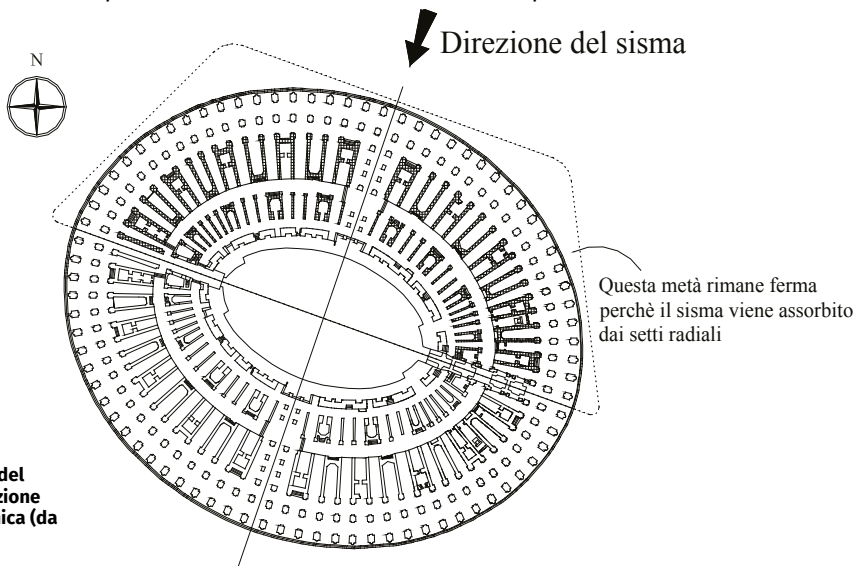


Fig. 10 – Pianta del Colosseo e direzione dell'azione sismica (da Como, 2010).

Capitolo 5)

resistenza a trazione e a compressione. Il calcolo che segue è stato tratto da (Marasca, 2005).

In definitiva al materiale è stata assegnato il legame non lineare σ - ϵ indicato in **Fig. 11**; i parametri assunti sono stati i seguenti:

$$f_t = 0,3 \text{ N/cm}^2;$$

$$G_t = 0.00045 \text{ Ncm/cm}^2;$$

$$f_c = 2500 \text{ N/cm}^2;$$

$$G_c = 400 \text{ Ncm/cm}^2;$$

$$E_c = 2 \times 10^6 \text{ N/cm}^2;$$

$$\nu = 0,2,$$

dove f_t è la resistenza a trazione e G_t è l'energia di frattura.

Dall'analisi svolta, risulta che il parametro di carico di collasso λ_0 , cioè il rapporto tra la spinta orizzontale di collasso e il peso del monumento, raggiunge il valore $\lambda_0 = 0,122$.

Di conseguenza, l'accelerazione media orizzontale di collasso è pari a circa 0,12 g.

La **Fig. 12** mostra il diagramma ottenuto spinta - spostamento orizzontale. La **Fig. 13** (Marasca, 2005) mostra una immagine della deformazione estensionale dei muri dell'anello che si stacca dall'altra metà e va in collasso.

L'accelerazione orizzontale, distribuita uni-

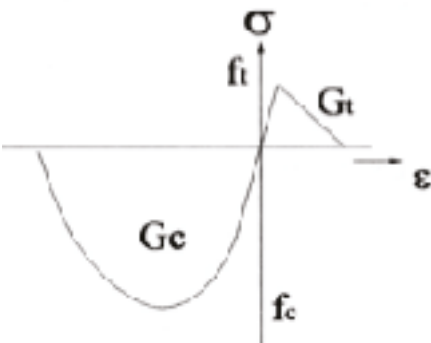


Fig. 11 - L'assunto diagramma σ - ϵ .

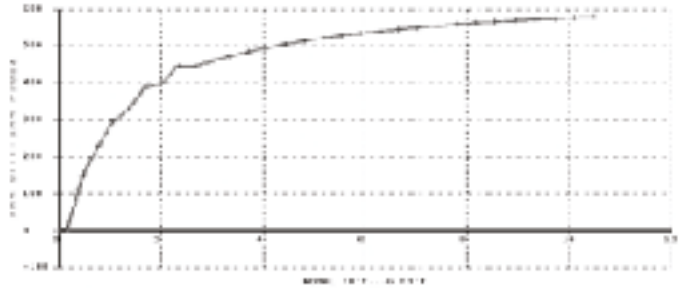


Fig. 12 - Il diagramma ottenuto spinta - spostamento orizzontale.

formemente sulle masse del monu mento è quindi non elevata e pari a 0,12 g.

Di conseguenza la tensione tangenziale media alla base della formazione all'atto del raggiungimento del collasso del monumento raggiunge il valore

$$\tau_{o\text{lim}} = 0,12 \times 46 = 5,5 \text{ t/mq}$$

La tensione tangenziale resistente limite, assumendo un angolo di attrito $\varphi = 15^\circ$ risulta

$$\tau_{res} = 46 \times \text{tg}15^\circ = 12,3 \text{ t/mq} > 5,85 \text{ t/mq}$$

Non si produce quindi scorrimento tra la testa della formazione alluvionale e la base del monumento all'atto del raggiungimento del collasso della struttura del monumento.

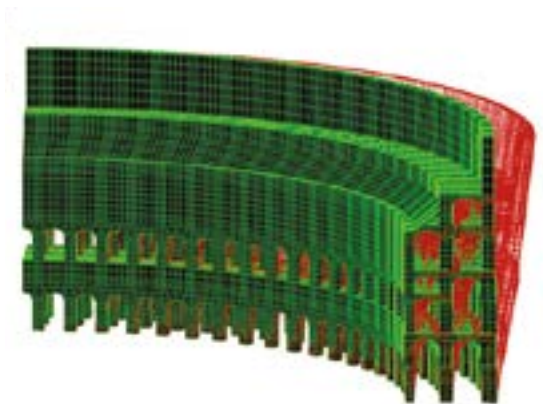


Fig. 13 - L'allargarsi della parete esterna al collasso.



Conclusioni

Le analisi svolte hanno consentito di valutare, sia pure mediante un approccio sin tetico, il periodo di oscillazione del complesso Colosseo-terreni di fondazione, con siderando questi ultimi costituiti dal deposito alluvionale dell'alveo del Labicano, quindi non operando in regime di *free field*. Il periodo di oscillazione del complesso si porterebbe vicino ai 0,7 s. In questo caso, l'oscillazione del monumento sarebbe caratterizzata da un modo prevalentemente orizzontale. Tale risultato non consente di attribuire al monumento l'elevato grado di pericolosità che potrebbe essergli asse gnato utilizzando le mappe di micro-zonazione sismica di Pagliaroli *et al.* (2014) relativamente al range dei periodi di oscillazione $0,1 \div 0,5$ s. Il complesso monumento terreno di fondazione cadrebbe quindi nel livello 3 della mappa di micro-zonazione per il range di periodi $0,5 \div 1,0$ s, come mostrato in **Fig. 7** di Moscatelli *et al.* (2014) e la PGA cui sarebbe stato sottoposto il monumento per effetto dei passati terremoti sarebbe stata quindi pari a $0,08 \div 0,1$ g. La resistenza del monumento, valutata considerando una uniforme distribuzione di forze statiche orizzontali, coerente con il modello dinamico considerato, è risultata pari al 12% del suo peso, valore piuttosto basso che consentirebbe comunque di affermare che il monumento, sotto l'azione dei passati terremoti, non avrebbe mai raggiunto una condizione limite di collasso. Va ancora detto che per una struttura costituita da materiale non reagente a trazione, il raggiungere la condizione limite di collasso statico non implica il raggiungimento dell'effettivo collasso

dinamico. Ciò è pienamente verificato, ad esempio, nell'analisi del collasso dinamico delle colonne (Housner, 1963; Como, 2016). Tali considerazioni potrebbero portare alla conclusione che l'azione dei passati terremoti non sia stata la causa principale del danno prodotto. Lo stato dell'adiacente Arco di Costantino, costruito nel IV secolo confermerebbe questa ipotesi.

La grande variabilità dei parametri in gioco e il fatto, non preso in conto, che il Colosseo, poggiando in parte sulla formazione alluvionale e in parte sulle unità vulcaniche, potrebbe essere stato sottoposto a scuotimenti sismici di più elevata intensità, non può consentire di escludere che il danno al monumento sia stato principalmente dovuto ai passati terremoti. Tuttavia, la congettura del progressivo smontaggio del monumento, confermata dalla presenza di lavorazioni della calce all'interno del monumento già a partire dal VI secolo, non risulta affatto irrealistica.

Il severo danneggiamento del monumento potrebbe essere quindi dovuto anzitutto alle intenzionali demolizioni di zone delle sue strutture, protrattasi per molti secoli, demolizioni che avrebbero probabilmente determinato perdite di continuità strutturale. I terremoti successivi avrebbero poi prodotto dissesti più gravi.

Una conferma indiretta del danno prodotto dai terremoti ai monumenti di Roma viene dalla lettura di una lettera del Petrarca che si trovava a Roma quando la città fu colpita dal terremoto del 1349, al quale si attribuisce l'VIII grado della scala M.C.S., il più violento probabilmente tra tutti i terremoti che avrebbero colpito la città di Roma negli ultimi 2000 anni: *cecidit aedificiorum veterum neglecta civibus, stupen da peregrinis moles* (Petrarca, lib. X, epist. 2).

- Bozzano F. 1995. Il sottosuolo dell'area dell'Anfiteatro Flavio in Roma. *Geologia Applicata e Idrogeologia*, 30(1), 405-422.
- Bulian G. 1980. Resine epossidiche per il consolidamento di sei pilastri dell'Anfiteatro Flavio. *L'Industria delle Costruzioni*, A.N.C.E., 99, 13-24.
- Cerone M. et al. 2000. Analisi e documentazione dei dissesti strutturali e individuazione delle situazioni a rischio. *Quaderni del Colosseo*, 1. Roma: Soprintendenza Archeologica.
- Coarelli F., Gregori G., Lombardi L., Orlandi S., Rea R., Vismara C. 1999. *Il Colosseo*. Milano: Electa.
- Coccia S., Como M., Ianniruberto U. 2000. Analisi Limite delle strutture del Colosseo. *Quaderni del Colosseo*, 1. Roma: Soprintendenza Archeologica.
- Coccia S., Como M., Ianniruberto U., Conforti M.L. 2005. On the reasons of the Colosseum structural damage. *Proceedings of International Seminar on Theory and Practice of construction: knowledge, means, models*, Ravenna 27-29 Oct.
- Como M., Lanni G. 1979. *Elementi di Costruzioni Antisismiche*. Roma: Cremonese.
- Como M., Coccia S., Conforto M.L., Ianniruberto U. 2006. Historical Static Analysis of the Colosseum. *Proceedings of The Second International Congress on Construction History*, Cambridge, 29 March-1 April. Cambridge: CSH Pub.
- Como M. 2010. *Statica delle Costruzioni Storiche in Muratura*. Roma: Aracne.
- Como M. 2016. Sulla risposta sismica delle colonne. *Atti del VI° Convegno Nazionale di Storia dell'Ingegneria - 2nd International Conference*, 22-23 aprile. Napoli: Cuzzolin. Conforto M.L. 1986. L'Anfiteatro Flavio: costruzione ricostruzione e restauri. *Metamorfosi*, 3, 81-84.
- Conforto M.L. 1988. Originalità del modello architettonico. In *Anfiteatro Flavio*, Roma. Cozzo G. 1928. *Il Colosseo: L'Anfiteatro Flavio nella tecnica edilizia e nella storia*, Roma.
- Cozzo G. 1971. *Il Colosseo. L'Anfiteatro Flavio nella tecnica, nella storia delle strutture, nel concetto esecutivo dei lavori*. Roma: Palombi.
- Croci G. 1990. *Studi e ricerche sul Colosseo*. Roma: Soprintendenza Archeologica.
- Croci G., Viskovic A. 1993. Causes of the failures of Colosseum over the centuries and evaluation of the safety levels. *Proceedings of the IASS-MSU International Symposium*, May 24-28, Istanbul.
- Funicello R. et al. 1995. Seismic Damage and Geological Heterogeneity in Rome's Colosseum Area: are they related? *Annali di Geofisica*, XXXVIII (5), 6.
- Funicello R., et al. 2002. La geologia della valle dell'Anfiteatro. In: *Rota Colisei* (a cura di Rea R.). Roma: Electa.
- Guidoboni E., Comastri A., Traina G. 1994. *Catalog of ancient earthquakes in the Mediterranean Area up to the 10th century*. Roma: ING.
- Housner G. W. 1963. The behaviour of inverted pendulum structures during earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53(2), 403-417.
- Jappelli R., et al. 2000. Restauro del Colosseo. *Quaderni del Colosseo*, 1. Roma: Soprintendenza Archeologica di Roma, Area Geotecnica
- Lancaster L.C. 1998. Reconstruction and restorations of the Colosseum after the fire of 217. *Journal of the Roman Archaeology*, 11.
- La Regina A. 2001. *Sangue e Arena*. Milano: Electa.
- Luciani R. 1993. *Il Colosseo*. Roma: Fenice.
- Marasca M. 2005. *Problemi statici nelle strutture del Colosseo*. Tesi di laurea in Ingegneria Civile, supervisor M. Como, AA. 2004 - 2005.
- Moccheggiani Carpano C. 1977. Nuovi dati sulle fondazioni dell'Anfiteatro Flavio, *Antiqua*, 7. Moczo P., Rovelli A., Labak P., Malagnini L. 1995. Seismic response of the geologic structure underlying the roman Colosseum and a 2-D resonance of a sediment valley. *Annali di Geofisica*, XXXVIII(5-6).
- Molin D., Guidoboni E. 1989. Effetto fonti, effetto monumenti a Roma: I terremoti dall'anti chità a oggi. In: *Mediterranea. Storia-Archeologia-Sismologia* (a cura di Guidoboni E.). Bologna: SGA.
- Moscattelli M., Pino S., Giocoli A., Zamuner A. 2014. Integrated geological and geophysical investigations to characterize the anthropic layer of the Palatine Hill and Roman forum. *Bull. of Earthquake Eng.*, June, 22(3), 1319-1338.
- Newmark, N.M., Rosenblueth E. 1975. *Fundamentals of earthquake Engineering*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Pagliaroli A., Quadrio B., Lanzo G., Sanò T. 2014a. Numerical modelling of site effects in the Palatine Hill, Roman Forum, and Colosseum Archeological Area. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 12.
- Pagliaroli A., Moscatelli M., Raspa G., Naso G. 2014b. Seismic microzonation of the Central Archeological Area of Rome, results and Uncertainties. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 12.
- Pau, A., Vestroni F. 2008. Vibration analysis and dynamic characterization of the Colosseum. *Structural Control Health Monitoring*, 15, 1105-1121.
- Rea R. 1996. *Anfiteatro Flavio*. Roma: Ed. Poligrafico dello Stato.
- Rea R. et al. 2002. *Rota Colisei*. Roma: Electa.
- Rea R., Beste H.J., Lancaster L.C. 2002. Il cantiere del Colosseo, *Bollettino dell'Istituto Archeologico Germanico*, Sez. Romana, 109. Mainz Am Rhein: Verlag P.Von Zabern.
- Sabetta F. 2013. Seismic Hazard and design earthquakes for the Central Archaeological Area of Rome, *Bulletin of Earth Engineering*, Special Issue on "Seismic Microzonation of Palatine Hill, Roman Forum and Colosseum Archaeological Area", 10.
- Sciotti M. 2004. Ricostruzione schematica dei terreni di fondazione del Colosseo. *Springer Series in Solid and Structural Mechanics*, 1. Berlin-Heidelberg: Springer.
- Viggiani C. 2017. Geotechnique et Patrimoine Culturel, 2nd Kerisel Lecture, Geotechnics and Heritage, Proc.XIX ICSMGE, Seul, 1, 119-140.

Sitografia

[1] <https://dianafea.com/manuals/d944/Analys/Analys.html>



